

# 거리두기 - 풀이

작성자: 장근영

1번 학생의 위치  $B_1$ 을  $x$ 로 정했다고 하자.

번호가 연속한 두 학생은  $K$  이상의 거리를 두어야 하므로, 모든  $i$ 에 대해

$$B_i \geq B_{i-1} + K \geq B_{i-2} + 2K \geq \dots \geq B_1 + (i-1)K = x + (i-1)K$$

가 성립한다. 따라서  $B_1 = x$ 인 수열 중 각 학생을 가장 왼쪽에 배치한 수열은  $B_i = x + (i-1)K$ 이다.

어떤 위치  $i$ 에서  $x + (i-1)K > A_i$ 라면,  $B_1 = x$ 인 어떤 수열도 조건을 만족할 수 없다. 반대로 모든  $i$ 에 대해  $x + (i-1)K \leq A_i$ 라면, 수열  $B_i = x + (i-1)K$  자체가 모든 조건을 만족한다.

즉, 시작 위치  $x$ 가 가능한지 여부는 모든  $i$ 에 대해  $x + (i-1)K \leq A_i$ 인지 확인하여 판별할 수 있다.

## 부분문제 1

모든  $1 \leq i < N$ 에 대해  $A_{i+1} - A_i \geq K$ 가 성립한다.

따라서 수열  $A$  자체가 문제의 조건을 만족한다. 또한 어떤 수열  $B$ 를 선택하더라도  $B_1 \leq A_1$ 이어야 한다.

수열  $A$ 를 그대로 선택하면  $B_1 = A_1$ 을 달성할 수 있으므로, 이는 가능한 가장 큰 시작 위치이다. 따라서 모든  $i$ 에 대해  $B_i = A_i$ 로 출력하면 된다.

전체 시간 복잡도는  $\mathcal{O}(N)$ 이다.

## 부분문제 2

$K = 0$ 이다.

앞에서 설명한 것처럼 시작 위치를  $B_1$ 로 정했을 때, 각 학생을 가장 왼쪽에 배치한 수열은  $B_i = B_1 + (i-1)K = B_1$ 이다.

모든  $i$ 에 대해  $B_1 = B_i \leq A_i$ 여야 하므로  $B_1 \leq \min_{1 \leq i \leq N} A_i$ 이 성립해야 한다.

따라서 가능한 가장 큰 시작 위치는  $B_1 = \min_{1 \leq i \leq N} A_i$ 이며, 모든  $i$ 에 대해  $B_i = B_1$ 로 출력하면 된다.

전체 시간 복잡도는  $\mathcal{O}(N)$ 이다.

## 부분문제 3

조건을 만족하면서  $0 \leq B_1 \leq 100$ 인 수열이 하나 이상 존재한다.

또한 항상  $B_1 \leq A_1 \leq 100$ 이므로, 최적의 시작 위치도 0 이상 100 이하이다.

따라서  $x = 0, 1, \dots, 100$ 을 각각 시작 위치의 후보로 두고, 모든  $i$ 에 대해  $x + (i-1)K \leq A_i$ 인지 확인한다.

조건을 만족하는 후보 중 가장 큰 값을  $x^*$ 라고 하자. 그러면 모든  $i$ 에 대해

$$B_i = x^* + (i - 1)K$$

로 출력하면 된다.

후보가 101개이고 각 후보를 검사하는 데  $\mathcal{O}(N)$ 의 시간이 필요하므로, 전체 시간 복잡도는  $\mathcal{O}(N)$ 이다.

#### 부분문제 4

전체 문제에서는 최적의  $B_1$ 이 음수일 수 있으므로 음수인 시작 위치도 확인해야 한다.

먼저 확인해야 할 시작 위치의 범위를 구하자.

항상  $B_1 \leq A_1 \leq \max_i A_i$ 이므로,  $\max_i A_i$ 보다 큰 값은 확인할 필요가 없다.

한편  $x = -NK$ 라고 하면, 모든  $1 \leq i \leq N$ 에 대해

$$x + (i - 1)K = -(N - i + 1)K \leq 0 < A_i$$

이다. 따라서  $x = -NK$ 는 반드시 가능한 시작 위치이다.

그러므로 최적의 시작 위치는  $-NK$  이상  $\max_i A_i$  이하이다.

이 범위의 모든 정수  $x$ 를 차례로 확인한다. 각 후보에 대해 모든  $i$ 에서  $x + (i - 1)K \leq A_i$ 가 성립하는지 검사하고, 조건을 만족하는 가장 큰 값을  $x^*$ 로 선택한다.

이후 모든  $i$ 에 대해  $B_i = x^* + (i - 1)K$ 로 출력한다.

확인하는 시작 위치는  $-NK$ 부터  $\max_i A_i$ 까지이므로 그 개수는  $\mathcal{O}(NK + \max_i A_i)$ 이다. 각 후보를 검사하는 데  $\mathcal{O}(N)$ 의 시간이 필요하다.

따라서 전체 시간 복잡도는

$$\mathcal{O}\left(N(NK + \max_i A_i)\right)$$

이고, 공간 복잡도는  $\mathcal{O}(N)$ 이다.

문제의 제한에서는 시작 위치 후보가 최대 약 1100개이므로 충분히 빠르다.

#### 별해: 뒤에서부터 수열 구성하기

후보를 하나씩 확인하지 않고, 수열  $B$ 를 뒤에서부터 직접 정하면 선형 시간에 해결할 수 있다.

먼저  $N$ 번 학생의 위치는  $B_N \leq A_N$ 만 만족하면 된다.  $B_N$ 이 클수록 앞의 학생들을 더 오른쪽에 세울 수 있으므로,  $B_N = A_N$ 으로 정하는 것이 최적이다.

이제  $i = N - 1, N - 2, \dots, 1$ 의 순서로  $B_i$ 를 정하자.

$i$ 번 학생은 위치  $A_i$ 보다 오른쪽에 설 수 없으므로  $B_i \leq A_i$ 여야 한다. 또한  $B_{i+1} - B_i \geq K$ 여야 하므로  $B_i \leq B_{i+1} - K$ 여야 한다.

따라서 가능한 가장 큰  $B_i$ 는  $B_i = \min(A_i, B_{i+1} - K)$ 이다.

이와 같이 각  $B_i$ 를 가능한 한 크게 정하는 것이 항상 유리하다.  $B_i$ 가 클수록 그 앞의 학생이 만족해야 하는 조건  $B_{i-1} \leq B_i - K$ 의 오른쪽 값도 커지므로, 앞의 학생을 배치하는 데 불리해지지 않기 때문이다.

따라서 다음과 같이 수열을 구성한다.

- $B_N = A_N$
- $i = N - 1, N - 2, \dots, 1$ 에 대해  $B_i = \min(A_i, B_{i+1} - K)$

구성한 수열은 정의에 의해 모든  $i$ 에 대해  $B_i \leq A_i$ 를 만족한다. 또한  $B_i \leq B_{i+1} - K$ 이므로  $B_{i+1} - B_i \geq K$ 도 만족한다.

각 단계에서 현재 위치를 가능한 한 크게 정했으며, 더 큰 값을 선택하면  $B_i \leq A_i$  또는  $B_i \leq B_{i+1} - K$  중 하나를 위반한다. 따라서 마지막으로 얻은  $B_1$ 은 가능한 최댓값이다.

전체 시간 복잡도는  $\mathcal{O}(N)$ 이고, 수열을 저장하는 공간 복잡도는  $\mathcal{O}(N)$ 이다.