가위바위보 – 풀이

작성자: 이유찬

부분문제 1

$N \leq 3$이므로 가능한 모든 대결 순서를 직접 시뮬레이션해도 충분하다.

부분문제 2

모든 사람이 같은 카드를 가지고 있는 경우, 임의의 순서로 대결을 진행하면서 원하는 사람을 승자로 만들 수 있다. 따라서 모든 사람이 우승 후보이다.

카드의 종류가 두 가지인 경우, 두 카드 중 한쪽이 다른 쪽을 이긴다. 이기는 카드를 W, 지는 카드를 L이라 하면, W를 가진 사람은 모든 L을 이길 수 있고 같은 W끼리는 임의로 승자를 결정할 수 있으므로 우승 후보이다. 반대로 L을 가진 사람은 W를 이길 수 없으므로 우승할 수 없다.

전체 시간 복잡도는 $\mathcal{O}(N)$이다.

부분문제 3

부분문제 3의 풀이는 만점 풀이로 이어지지 않는다. 각 사람 i에 대해 우승 가능 여부를 다음과 같은 구간 DP로 판정할 수 있다.

$\text{cards}[l][r]$을 구간 $[l, r]$의 사람들끼리만 대결을 진행했을 때, 마지막에 남을 수 있는 사람의 카드 종류들의 집합으로 정의한다. DP의 전이는 분할점 k에 대해 $\text{cards}[l][k]$의 어떤 카드와 $\text{cards}[k+1][r]$의 어떤 카드가 만나 살아남을 수 있는 카드를 모두 합치면 된다.

i의 우승 가능 여부 $\text{win}[l][r][i]$도 유사하게 정의할 수 있다. 전이에서는 분할점 k에 대해 i가 한쪽 구간에서 살아남고, 반대쪽 구간의 어떤 카드와 만나 A_i가 이기거나 같은 경우가 존재하는지 확인한다.

이를 그대로 구현하면 $\mathcal{O}(N^4)$ 정도가 되고, $N \leq 100$에서는 충분히 동작한다.

부분문제 4

A_i를 이기는 카드를 Y, Y를 이기는 카드를 Z라 하자 (A_i가 `R`이면 $Y =$ `P`, $Z =$ `S`이고, 나머지도 대칭적으로 정의한다).

핵심 관찰: i가 우승 가능할 필요충분조건은, i의 왼쪽과 오른쪽 각각에 대해 Y가 등장하지 않거나, Y와 Z가 모두 등장하는 것이다.

증명: 일반성을 잃지 않고 $A_i =$ `R`이라 하자. i가 우승하려면 결국 자기 자신을 제외한 모든 사람을 제거해야 하므로, i의 왼쪽과 오른쪽 양쪽에 있는 사람들을 모두 처리해야 한다. 양쪽은 i를 거치지 않고는 서로 상호작용할 수 없으므로 독립적으로 분석할 수 있다.

i의 한쪽(편의상 왼쪽)에 대해 살펴보자.

- 왼쪽에 `P`가 없는 경우, 왼쪽 사람들의 카드는 `R`과 `S`로만 구성된다. i 자신이 `R`이므로 `S`를 모두 이길 수 있고, `R`끼리는 임의로 승자를 정할 수 있어 왼쪽을 모두 정리할 수 있다.
- 왼쪽에 `P`가 있지만 `S`가 없는 경우, 왼쪽 사람들의 카드는 `R`과 `P`로만 구성된다. `S`가 없으므로 어떤 `P`도 제거할 수 없다. 따라서 i는 우승할 수 없다.
- 왼쪽에 `P`와 `S`가 모두 있는 경우, `S`를 이용해 모든 `P`를 제거할 수 있다. `S`에 인접한 `P`는 `S`로 직접 이겨 제거하고, `S`와 `P` 사이에 `R`이 끼어 있으면 `P`로 `R`을 먼저 제거한 뒤 다시 `S`로 `P`를 제거하면 된다. 이 과정을 반복하면 모든 `P`를 없앨 수 있고, 남은 `R`과 `S`는 i가 직접 모두 이길 수 있다.

오른쪽도 대칭적으로 분석할 수 있다.

이 관찰을 각 i마다 직접 왼쪽과 오른쪽을 확인하면, 각 i마다 $\mathcal{O}(N)$이 들어 전체 시간 복잡도는 $\mathcal{O}(N^2)$이다.

부분문제 5

부분문제 4의 판정을 각 i에 대해 $\mathcal{O}(1)$에 수행하기 위해, 각 카드 종류별로 정방향/역방향 누적 등장 횟수를 미리 계산해 둔다. 그러면 i의 왼쪽/오른쪽 각각에서 특정 카드가 등장하는지를 $\mathcal{O}(1)$에 알 수 있다.

전체 시간 복잡도는 $\mathcal{O}(N)$이다.