1. 수직선과 수평선 (4점)

좌표평면 위에 서로 다른 9개의 점이 있고, 각 점의 좌표는 $(6, 4)$, $(7, 3)$, $(8, 5)$, $(1, 8)$, $(3, 2)$, $(1, 6)$, $(1, 5)$, $(1, 4)$, $(6, 8)$이다.

이 점들 가운데 서로 다른 두 점을 지나고 x축 또는 y축에 평행한 서로 다른 직선의 개수는?

단, 같은 직선을 결정하는 점 쌍이 여러 개 있더라도 그 직선은 한 번만 센다.

≫ 3

≫ 4

≫ 5

≫ 6

≫ 7

2. 증가 부분열 (5점)

정수들의 수열 $A = [A_1, A_2, \ldots, A_{10}] = [6, 7, 1, 8, 10, 4, 7, 8, 9, 6]$이 있다.

A의 **부분열**은 A의 원소 가운데 일부를 골라 원래의 순서를 유지하여 얻은 수열을 뜻한다. 앞의 원소보다 뒤의 원소가 항상 큰 부분열을 **증가 부분열**이라고 한다.

예를 들어 $[6, 7, 8]$은 A의 증가 부분열이지만, $[1, 8, 8]$은 A의 부분열이지만 증가 부분열은 아니다.

$1 \leq i \leq 10$인 자연수 i에 대하여, $L(i)$를 A의 i번째 원소를 첫 원소로 하는 가장 긴 증가 부분열의 길이라고 하자.

$L(1) + L(6)$의 값은?

≫ 5

≫ 6

≫ 7

≫ 8

≫ 9

3. 신발 찾기 (5점)

신발 한 켤레는 왼쪽과 오른쪽 두 짝으로 이루어진다. (즉, '짝'은 신발 한 쪽을 뜻한다.) 25켤레의 신발, 즉 50짝이 있으며, 50짝은 모두 서로 구별된다.

이 50짝 가운데 서로 다른 세 짝을 임의로 고를 때, 고른 세 짝 가운데 같은 켤레에 속한 두 짝이 포함될 확률은?

≫ $\frac{1}{98}$

≫ $\frac{1}{49}$

≫ $\frac{2}{49}$

≫ $\frac{3}{49}$

≫ $\frac{4}{49}$

≫ $\frac{5}{49}$

≫ $\frac{6}{49}$

≫ $\frac{1}{50}$

≫ $\frac{1}{25}$

≫ $\frac{3}{50}$

4. 1과 2 (6점)

아래 조건을 모두 만족하는 양의 정수 N 가운데 가장 작은 값을 구하라.

- N의 십진수 표현은 숫자 1과 2로만 이루어져 있다.
- N의 십진수 표현에서 숫자 1이 정확히 8번 등장한다.
- N의 십진수 표현에서 숫자 2가 정확히 8번 등장한다.
- N의 십진수 표현에서 연속한 부분 문자열 '12'가 정확히 4번 등장한다.
- N의 십진수 표현에서 연속한 부분 문자열 '21'이 정확히 5번 등장한다.

5. 연속한 1이 없는 이진수 (7점)

149의 이진수 표현은 $10010101_{(2)}$이며, 이 표현에는 숫자 1이 연속해서 나타나지 않는다.

0 이상 255 이하의 정수 가운데, 이진수 표현에서 숫자 1이 연속해서 나타나지 않는 수의 개수는?

≫ 32

≫ 34

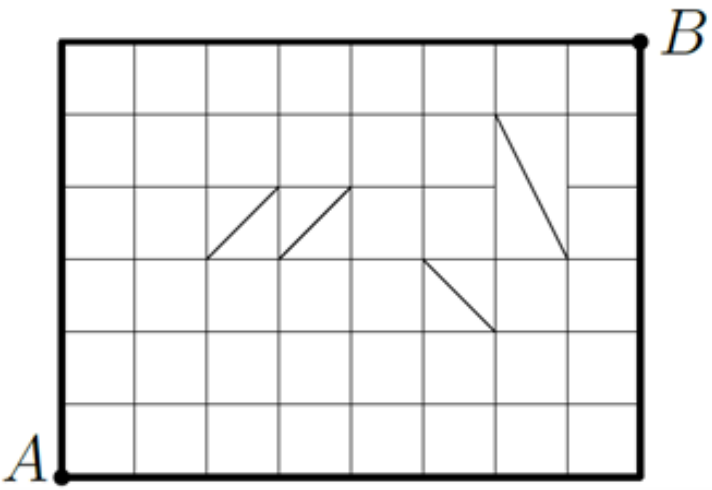
≫ 55

≫ 63

≫ 89

6. 가장 짧은 경로 (8점)

아래 그림은 A 지점과 B 지점 주변을 나타낸 약도이다. 그림에 있는 모든 선분은 사람이 지나갈 수 있는 길을 뜻한다. 그림 속 단위 정사각형 한 칸의 한 변의 길이는 1이다.



A 지점에서 B 지점까지 가는 최단 경로의 가짓수를 구하라.

7. 스트라이크 (8점)

민수와 그의 친구 지수가 다음과 같은 게임을 한다. 민수가 5자리 자연수 하나를 정하면, 지수는 그 수를 맞히기 위해 여러 번 추측한다. 민수는 지수가 추측할 때마다, 숫자가 일치하는 자리의 개수를 알려 준다.

예를 들어, 민수가 정한 수가 12345이고 지수가 10394를 추측했다면, 첫 번째 자리의 1과 세 번째 자리의 3이 일치하므로 알려 주는 개수는 2이다.

지수의 추측과 그 결과가 아래 표와 같을 때, 민수가 정한 5자리 수를 구하라. 정답은 유일하게 결정된다.

지수의 추측	일치하는 자리의 개수
40758	0
61409	1
11354	2
86143	1
52752	2
57531	1
58879	1

8. 꼬리합 (9점)

십진법으로 나타냈을 때 8자리인 양의 정수 N의 **꼬리합**은 N의 왼쪽 끝자리부터 0개, 1개, ..., 7개의 숫자를 지워 얻는 8개의 수의 합이다. 숫자를 지운 결과의 앞자리에 생기는 0은 무시하고 수로 본다.

예를 들어, 40891234의 꼬리합은 $40891234 + 0891234 + 891234 + 91234 + 1234 + 234 + 34 + 4 = 42766442$이다.

꼬리합이 20260510이면서 십진법으로 나타냈을 때 8자리인 양의 정수 하나를 구하라. 조건을 만족하는 답이 여러 개 존재할 수 있으며, 그중 어느 것을 답해도 정답으로 인정한다.

9. 이진 트리의 거리 (10점)

루트가 있는 이진 트리를 생각하자. 이 트리의 단말 정점은 8개이며, 모든 내부 정점에는 정확히 두 개의 자식이 있다.

단말 정점에는 트리를 중위 순회할 때 방문되는 순서대로 $1, 2, \ldots, 8$의 번호가 붙어 있다.

두 단말 정점 u, v 사이의 **거리** $d(u, v)$는 u에서 v로 가는 단순 경로에 포함된 간선의 수로 정의한다.

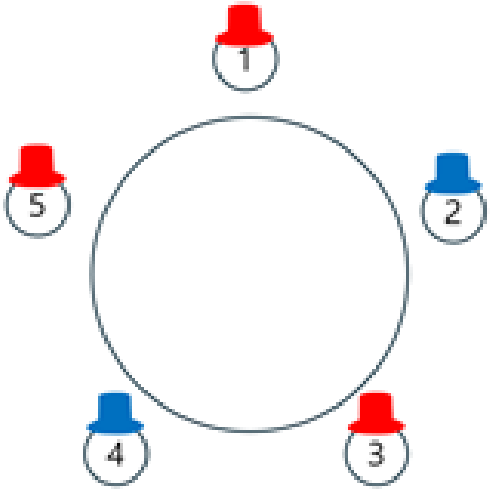
이 트리에서 각 $1 \le i \le 7$에 대한 $d(i, i+1)$의 값은 아래 표와 같다.

i	1	2	3	4	5	6	7
$d(i, i+1)$	2	6	3	2	4	3	4

위 표의 값을 만족하는 트리는 유일하게 결정된다. $d(1, 5) + d(3, 7) + d(2, 8)$의 값을 구하라.

10. 모자 색 맞추기 (11점)

TV 쇼 게임에 참가한 5명의 사람이 아래 그림과 같이 원탁에 둘러앉아 있다. 편의상 각 사람을 1번부터 5번까지의 번호로 구분하자.



게임은 다음과 같이 진행된다.

- 빨간 모자 4개와 파란 모자 3개, 총 7개의 모자 가운데 사회자가 5개를 골라 참가자들에게 하나씩 씌운다.
- 그림과 같이 1번 참가자는 빨간 모자, 2번 참가자는 파란 모자, 3번 참가자는 빨간 모자, 4번 참가자는 파란 모자, 5번 참가자는 빨간 모자를 쓰고 있다.
- 참가자들은 전체 모자 구성이 빨간 모자 4개, 파란 모자 3개라는 사실과, 그중 5개가 자신들에게 씌워졌다는 사실을 안다. 그러나 어떤 5개가 선택되었는지는 알지 못한다.
- 각 참가자는 자기 모자의 색은 볼 수 없지만, 다른 참가자들의 모자 색은 볼 수 있다.
- 사회자는 1번 참가자부터 시작하여 번호 순서대로 “당신은 자신의 모자 색을 알 수 있습니까?”라고 묻는다.
- 질문을 받은 참가자는 자신의 모자 색을 정확히 알 수 있으면 ‘Yes’, 그렇지 않으면 ’No’라고 답한다.
- 모든 참가자는 이전 참가자들의 답을 모두 들으며, 완벽하게 논리적으로 추론한다.

1번 참가자는 ’No’라고 답했다.

이때 2번, 3번, 4번 참가자의 대답을 순서대로 나열한 것은?

≫ No, No, No

≫ No, No, Yes

≫ No, Yes, No

≫ No, Yes, Yes

≫ Yes, No, No

≫ Yes, No, Yes

≫ Yes, Yes, No

≫ Yes, Yes, Yes

11. 원형 점프 (12점)

원 위에 14개의 점 $0, 1, 2, \ldots, 13$이 시계방향 순서대로 놓여 있다. 점 i에서 시계방향으로 한 칸 이동하면 점 $(i+1) \bmod 14$에 도착한다.

각 점 i에는 0 이상 13 이하의 정수 a_i 하나를 적으려고 한다.

이때, 모든 정수 $0 \leq i \leq 13$에 대하여, 점 i에서 시작하여 시계방향으로 a_i칸 이동해 도착한 점에 적힌 수가 a_i와 같아야 한다.

이 조건을 만족하도록 정수를 적는 방법의 가짓수를 구하라.

12. 만나는 반직선 (13점)

좌표평면 위에서 x좌표가 1 이상 4 이하, y좌표가 1 이상 5 이하인 정수 좌표의 점 20개를 생각하자. 동, 서, 남, 북 방향은 각각 $+x$, $-x$, $-y$, $+y$ 방향을 뜻한다.

두 사람 A와 B는 각각 독립적으로 20개의 점 가운데 하나와 동, 서, 남, 북 가운데 한 방향을 고른 뒤, 선택한 점에서 선택한 방향으로 반직선을 그린다. A와 B는 같은 점과 같은 방향을 선택할 수도 있다.

한 사람이 선택할 수 있는 경우의 수는 $20 \times 4 = 80$가지이므로, 전체 경우의 수는 $80 \times 80 = 6\,400$가지이다.

이 가운데 두 반직선에 모두 포함되는 점이 존재하는 경우의 수를 구하라.

13. 조 나누기 (9점)

1부터 16까지의 자연수가 있다. 이 수들을 4개의 조(가, 나, 다, 라)에 4개씩 나누어 넣으려고 한다.

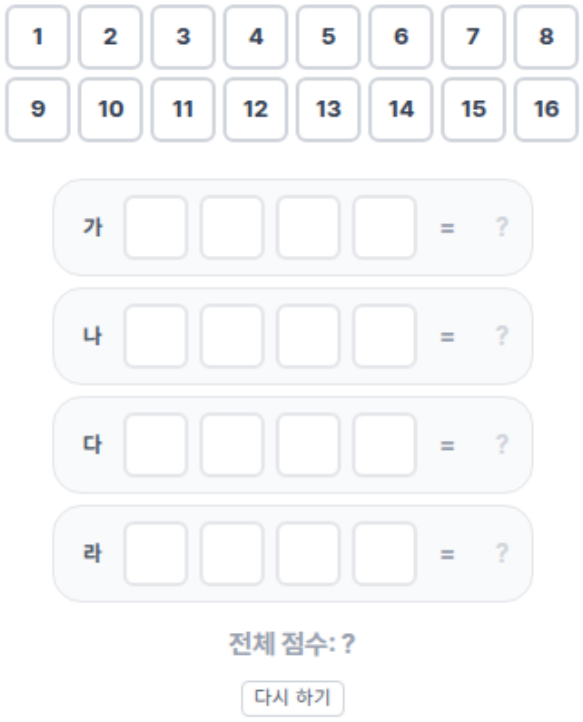
각 조의 **점수**는 그 조에 속한 수 중 가장 작은 수와 가장 큰 수의 합이다. 예를 들어, 한 조에 $\{2, 5, 11, 14\}$가 있다면 그 조의 점수는 $2 + 14 = 16$이다.

전체 점수는 4개 조의 점수를 모두 더한 값이다.

전체 점수를 **최소화**하는 배치를 찾아라.

배치할 수를 클릭하여 선택한 뒤, 원하는 조의 빈 칸을 클릭하면 해당 위치에 배치된다. 배치된 수를 클릭하면 다시 되돌릴 수 있다. 각 조의 점수는 조 오른쪽에 표시되며, 하단에는 전체 점수가 표시된다.

"다시 하기" 버튼을 누르면 배치를 초기화할 수 있다.



14. 철도 (9점)

11개의 역과 18개의 선로로 이루어진 철도망이 주어진다. 각 역은 원으로 표시되어 있다. 당산역은 파란색, 잠실역은 주황색, 나머지 역은 흰색이다.

역과 역 사이를 잇는 양방향으로 통행 가능한 선로가 선으로 표시되어 있으며, 각 선로 옆에 철거 비용이 적혀 있다.

선로를 통해 당산역(파란색)에서 잠실역(주황색)으로 가는 모든 경로를 없애려고 한다. 여러분은 선로를 선택하여 철거할 수 있으며, 선택한 선로를 모두 철거했을 때 당산역에서 잠실역으로 갈 수 있는 경로가 없어야 한다.

선택된 선로는 빨간색 굵은 선으로 표시되며, 화면 하단에 현재 선택한 선로들의 총 비용이 표시된다.

조작 방법

- **선로 클릭**: 선로를 클릭하면 선택하거나 해제할 수 있다.
- **확인**: 선택한 선로들이 모든 경로를 차단하는지 검증한다. 차단하지 못하는 경우 남아 있는 경로가 노란색으로 표시된다.
- **초기화**: 모든 선택을 해제한다.

목표

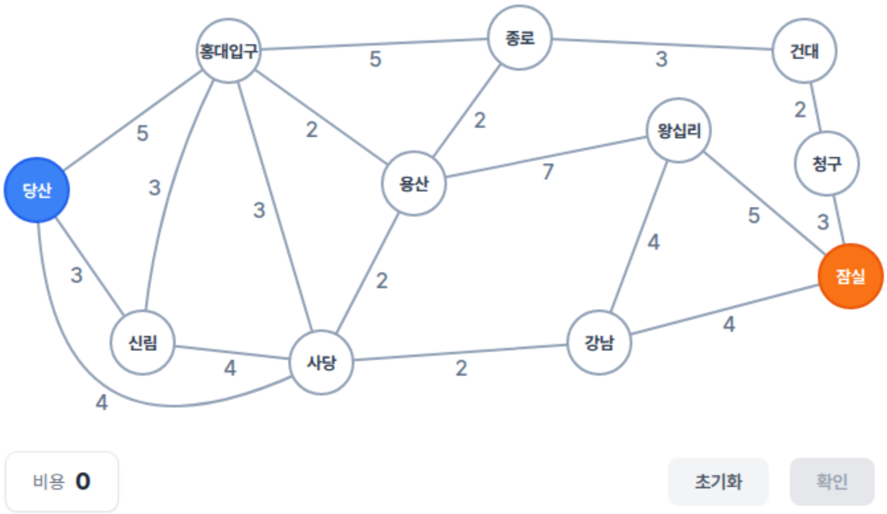
철거 비용의 합을 최소화하면서 당산역에서 잠실역으로 가는 모든 경로를 차단하는 것이다.

제약 조건

- 하나 이상의 선로를 선택해야 제출할 수 있다.

부분점수

1. (20%) 선택한 선로들이 당산역에서 잠실역으로 가는 모든 경로를 차단하면 전체 점수의 20%를 받는다.
2. (80%) 모든 경로를 차단하면서 철거 비용의 합이 최소이면 전체 점수의 나머지 80%도 받는다.


홍대입구
종로
건대
왕십리
청구
당산
용산
잠실
신림
사당
강남
5
3
2
5
2
2
7
3
5
3
3
4
4
2
3
4
4
2
4
비용 0
초기화
확인

15. 직사각형 만들기 (12점)

12개의 막대기가 있고, 각 막대기가 아래에 있는 수평선에 놓여 있다. 각 막대기의 길이는 막대기에 적혀 있다.

이 막대기들을 두 묶음으로 나누어 직사각형을 만들려고 한다. 왼쪽 묶음에 속한 막대기들의 길이의 합이 직사각형의 세로가 되고, 오른쪽 묶음에 속한 막대기들의 길이의 합이 가로가 된다.

막대기들을 적절히 나누어, 만들어지는 직사각형의 넓이를 최대화하라. 빈 묶음의 경우 길이의 합은 0으로 간주한다.

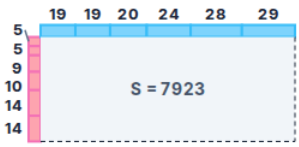
조작 방법

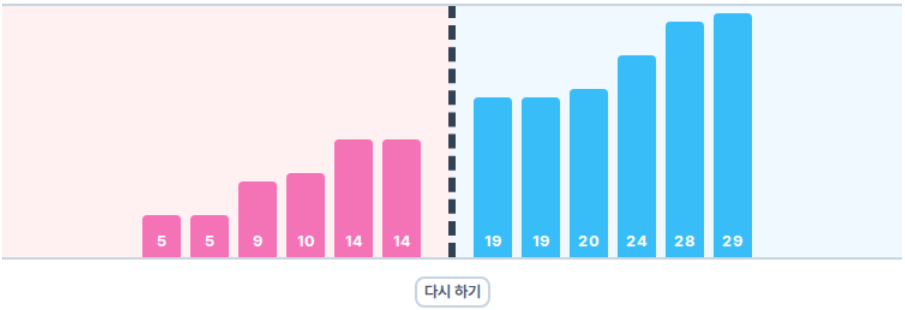
막대기들이 구분선을 기준으로 왼쪽 묶음(분홍색)과 오른쪽 묶음(하늘색)으로 나뉘어 표시된다. 각 막대기의 높이는 길이에 비례하며, 길이가 수로 표기되어 있다. 현재 묶음에 따라 만들어지는 직사각형의 모양이 상단에 표시된다.

막대기를 드래그하여 원하는 묶음으로 옮길 수 있다. 구분선을 넘겨 다른 묶음으로 이동시킬 수도 있다. “다시 하기” 버튼을 눌러 처음 상태로 되돌릴 수 있다.

채점 기준

직사각형의 넓이가 최댓값이면 전체 점수의 100%를 얻는다.





16. 스택 큐 정렬 (12점)

1부터 16까지의 정수로 이루어진 순열이 주어진다. 이 순열을 아래와 같이 일렬로 연결된 9개의 컨테이너를 이용하여 오름차순으로 정렬하려고 한다.

$$\text{Input} \to \text{Stack 1} \to \text{Queue 1} \to \text{Stack 2} \to \text{Queue 2} \to \text{Stack 3} \to \text{Queue 3} \to \text{Stack 4} \to \text{Output}$$

각 컨테이너는 **큐**(Queue) 또는 **스택**(Stack) 중 하나의 방식으로 동작한다.

- **큐** (Input, Queue 1, Queue 2, Queue 3, Output): 맨 앞의 원소만 꺼낼 수 있다.
- **스택** (Stack 1, Stack 2, Stack 3, Stack 4): 맨 뒤의 원소만 꺼낼 수 있다.

꺼낸 원소는 바로 다음 컨테이너의 맨 뒤에 추가된다. Output에서는 원소를 꺼낼 수 없다.

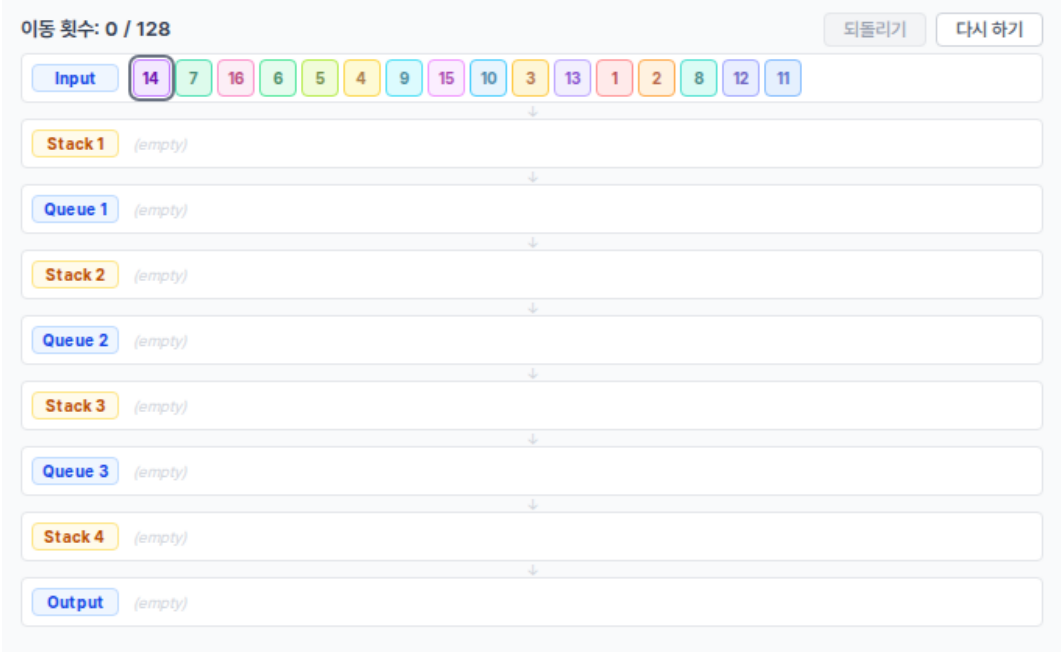
처음에 Input에는 $[14, 7, 16, 6, 5, 4, 9, 15, 10, 3, 13, 1, 2, 8, 12, 11]$이 들어 있고, 나머지 컨테이너는 비어 있다.

128회 이내의 이동으로 Output에 $1, 2, 3, \ldots, 16$이 순서대로 들어 있도록 하라.

꺼낼 수 있는 원소를 클릭하면 다음 컨테이너로 이동한다. 큐 컨테이너는 파란색, 스택 컨테이너는 주황색 라벨로 구분되어 있으며, 꺼낼 수 있는 원소는 테두리가 강조되어 표시된다. “다시 하기” 버튼을 누르면 처음 상태로 되돌릴 수 있다. “되돌리기” 버튼을 누르면 가장 최근 행동을 취소할 수 있다.

채점 기준

Output에 1부터 16까지 오름차순으로 정렬되어 있고, 이동 횟수가 128회 이하이면 전체 점수의 100%를 받는다.



17. 양팔 저울 (12점)

양팔 저울과 10개의 추가 있다. 추의 무게는 각각 $7, 10, 11, 12, 14, 16, 18, 20, 21, 22$이다.

추를 하나씩 골라 왼쪽 또는 오른쪽 접시에 올리려고 한다. 아래와 같이 <와 >로만 이루어진 길이 10의 문자열이 주어진다.

$$<><><><><><$$

i번째로 추를 올린 직후, 저울의 기울기가 문자열의 i번째 문자와 일치해야 한다.

- $>$: 왼쪽 접시가 더 무거움 (왼쪽으로 기울어짐)
- $<$: 오른쪽 접시가 더 무거움 (오른쪽으로 기울어짐)

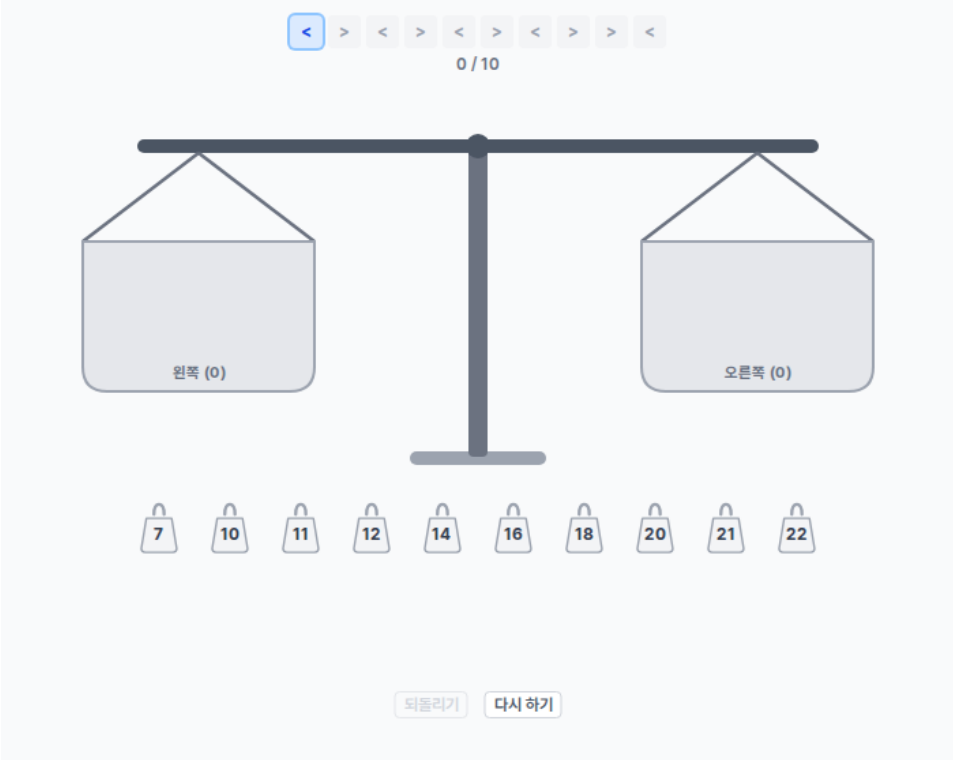
예를 들어, 첫 번째로 무게 7인 추를 오른쪽 접시에 올리면 오른쪽이 더 무거우므로 기울기는 <이다. 문자열의 첫 번째 문자가 <이므로 조건에 맞는다. 이어서 두 번째로 무게 22인 추를 왼쪽 접시에 올리면 왼쪽 총무게는 22, 오른쪽 총무게는 7이므로 기울기는 >이다. 문자열의 두 번째 문자가 >이므로 역시 조건에 맞는다.

이와 같이 10개의 추를 모두 올려서 매 단계마다 조건을 만족하도록 하라.

아직 올리지 않은 추 중 하나를 클릭하여 선택한 뒤, 왼쪽 또는 오른쪽 접시를 클릭하여 배치할 수 있다. “되돌리기” 버튼을 누르면 마지막 배치를 되돌릴 수 있고, “다시 하기” 버튼을 누르면 처음 상태로 되돌릴 수 있다.

채점 기준

10개의 추를 모두 올렸고, 매 단계마다 저울의 기울기가 주어진 문자열과 일치하면 전체 점수의 100%를 받는다.



18. 뒤집기 (16점)

8개의 숫자 카드가 일렬로 놓여 있다. 처음에 카드는 $[8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1]$의 순서로 놓여 있다.

한 번의 조작으로 카드 하나를 골라 정확히 **2칸** 앞 또는 뒤로 이동시킬 수 있다. 카드를 이동하면, 사이에 있는 카드들은 빈 자리를 채우도록 한 칸씩 밀려난다.

예를 들어 $[8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1]$에서 맨 앞의 8을 2칸 뒤로 이동하면 $[7, 6, 8, 5, 4, 3, 2, 1]$ 이 된다.

카드를 적절히 조작하여 $[1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8]$ 순서로 정렬하라.

조작 방법

- 카드를 클릭하면 해당 카드가 선택된다. 선택된 카드는 파란 테두리로 강조되며, 다시 클릭하면 선택이 해제된다.
- **◀ 2칸 앞으로** 버튼을 누르면 선택된 카드가 앞으로 2칸 이동한다. 카드가 1번째 또는 2번째 위치에 있으면 비활성화된다.
- **2칸 뒤로 ▶** 버튼을 누르면 선택된 카드가 뒤로 2칸 이동한다. 카드가 7번째 또는 8번째 위치에 있으면 비활성화된다.
- 화면 아래에 현재까지의 이동 횟수가 표시된다.
- **초기화** 버튼을 누르면 카드 배치와 이동 횟수가 초기화된다.

채점 기준

1. 이동 횟수와 관계없이 카드를 $[1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8]$ 순서로 정렬하면 전체 점수의 20%를 획득한다.
2. 가능한 최소 이동 횟수로 정렬하면 전체 점수의 100%를 획득한다.

19. 로봇 (16점)

좌표평면 상에 로봇이 있다. 로봇은 좌표평면의 원점 $(0, 0)$에서 출발해 다음과 같은 세 가지 이동을 할 수 있다.

- $\rightarrow d$: 오른쪽으로 d 이동
- $\uparrow d$: 위로 d 이동
- $\downarrow d$: 아래로 d 이동

넓이는 초기에 0인 값이다. 로봇이 오른쪽 d만큼 이동할 때, 이동을 시작할 때의 y **좌표에** d**를 곱한 값**이 더해진다. $y < 0$이면 음수가 더해진다. 위/아래 이동은 넓이에 영향을 주지 않고, y 좌표에만 영향을 준다.

8장의 카드가 주어진다. 각 카드에는 여러 이동이 순서대로 적혀 있다. 카드를 사용하면 로봇은 해당 이동들을 순서대로 수행한다.

각 카드 **정확히 한 번씩** 사용해야 하며, 사용 순서는 자유롭게 정할 수 있다.

8장의 카드를 모두 사용하여, 넓이를 최대화하라.

조작 방법

카드를 클릭하면 해당 카드에 적힌 이동이 순서대로 수행된다. 이미 사용한 카드는 다시 선택할 수 없다.

다시 하기 버튼을 누르면 모든 카드 사용이 초기화되고 로봇은 $(0, 0)$으로 돌아간다.

채점 기준

모든 카드를 사용했을 때 가능한 최대 넓이를 달성하면 전체 점수의 100%를 얻는다.

20. 간선 게임 (16점)

정점이 6개, 간선이 7개인 무방향 그래프가 있다. 그 중 두 정점을 각각 S, T라 한다.

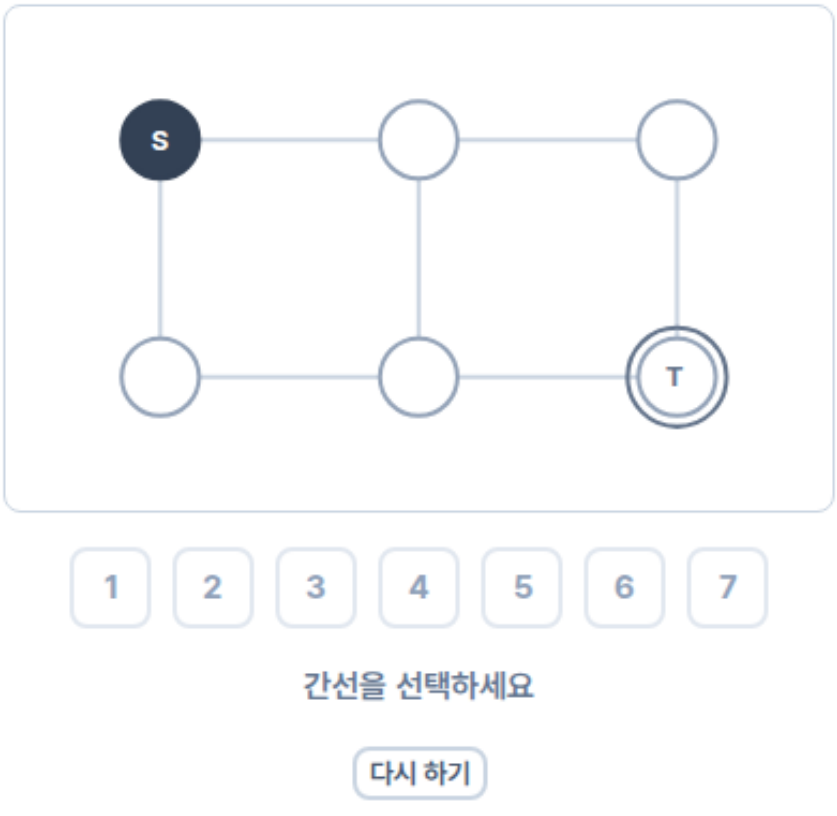
당신과 상대는 번갈아 간선 하나와 1부터 7까지의 정수 중 하나를 골라, 그 정수를 그 간선에 배정한다. 이미 정수가 배정된 간선이나 이미 사용된 정수는 다시 고를 수 없다. 당신이 먼저 시작하며, 모든 간선에 정수가 배정되면 게임이 끝난다.

S에서 T로 가는 단순 경로의 **난이도**는 그 경로 위 간선에 배정된 정수 중 가장 큰 값이다. 게임이 끝났을 때, S에서 T로 가는 모든 단순 경로의 난이도 중 가장 작은 값을 이 그래프의 **난이도**라 한다.

당신의 목표는 그래프의 난이도를 최소화하는 것이다. 상대는 난이도를 최대화하도록 최적으로 행동한다.

조작 방법

- 화면 아래에 1부터 7까지의 정수 버튼이 있다. 정수가 배정되지 않은 간선을 선택한 뒤 정수 버튼을 누르면, 해당 정수가 그 간선에 배정된다. 이미 정수가 배정된 간선은 다시 선택할 수 없다.
- 상대의 차례에는 상대가 자동으로 정수를 배정한다.
- 게임이 끝나면 그래프의 난이도가 표시되고, 그 값을 난이도로 갖는 경로 중 하나가 초록색으로 강조된다.
- “다시 하기” 버튼을 누르면 처음 상태로 돌아간다.

채점 기준

그래프의 난이도가 이론적으로 가능한 최솟값과 같으면 전체 점수의 100%를 받는다.