“고등부 3번. 택배 운송” 문제 풀이

작성자: 문정후

부분문제 1

$O(Q)$ 대의 로봇을 사용하는 모든 $O(Q!)$ 가지 순서를 고려한다. W_i의 최댓값을 X라고 했을 때, $O(NX)$ 가지 모든 지점에의 도달 가능성을 관리하면, $O(Q! \times NQ^2X)$ 시간에 문제를 해결할 수 있다.

부분문제 2

운송망이 직선 구조이므로, 각 로봇은 직선상의 구간상에서 자유롭게 이동하게 된다. 즉, 전파 범위가 X이고 초기 위치가 p인 로봇은 p를 중심으로 반지름 X의 구간상에서 자유롭게 이동한다. 쿼리마다 로봇의 구간 목록이 전체 구간을 완전히 덮는지 확인하기 위해, $O(Q)$ 개의 구간 목록을 정렬하고 선형 시간에 각 구간을 확인한다. 시간 복잡도는 정렬에 소요되는 $O(Q^2 \log Q)$이다.

부분문제 3

1번 물류센터로부터 깊이 우선 탐색을 통해 N번 물류센터까지 가는 경로를 찾아 둔다. 각 로봇이 이 경로상의 어떤 구간상에서 자유롭게 이동하는지를 계산할 수 있다. 즉, 전파 범위가 X이고 초기 위치가 p인 로봇이 있을 때, p에서 깊이 우선 탐색상 부모로 이동하는 과정을 $k = O(N)$ 회 반복하여 경로상에서 가장 가까운 정점 v를 찾으면, 로봇은 v를 중심으로 반지름 $X - k$의 구간상에서 자유롭게 이동한다고 할 수 있다. 이로써 문제가 부분문제 2로 환원된다. 시간 복잡도는 $O(Q^2 \log Q + NQ)$이다.

부분문제 4

운송망이 직선 구조이므로, 부분문제 2와 같이 각 로봇이 자유롭게 움직이는 구간을 계산한다. 쿼리마다 로봇의 구간 목록이 전체 구간을 완전히 덮는지 확인하는 과정을 세그먼트 트리를 통해 쿼리당 $O(\log(N+Q))$으로 줄일 수 있다. 즉, 좌표 압축 후 각 로봇이 자유롭게 움직이는 구간에 1을 더하고, 전체 세그먼트 트리의 최솟값이 1 이상인지를 판별하면 된다. 시간 복잡도는 $O((N+Q)\log(N+Q))$이다.

부분문제 5

로봇이 추가되는 쿼리밖에 없다. 부분문제 3과 같이 각 로봇의 구간을 구해야 하는데, $O(N)$보다 빠르게 해야 한다. 이는 깊이 우선 탐색 트리상에서 희소 배열을 이용하여, $O(\log N)$ 시간 안에 몇 번째의 부모가 경로상에 속하는지 계산할 수 있다. 로봇이 추가되었을 때 "YES"이던 답이 "NO"로 바뀔 수 없으므로, 답은 "NO"이다가 어느 순간 "YES"로 바뀌게 된다. 그 순간을 나타내는 인덱스에 대해서 이분 탐색을 진행한다. 부분문제 2와 같은 방식으로 로봇의 구간 목록이 전체 구간을 완전히 덮는지 확인하면, $O(Q \log N + Q \log^2 Q)$ 시간에 문제를 해결할 수 있다.

부분문제 6

각 로봇의 구간을 구하는 과정은 부분문제 3과 같다. 구간의 길이가 짧으므로, 쿼리마다 로봇의 구간 목록이 전체 구간을 완전히 덮는지 확인하는 과정은 단순히 구간을 순회하며 배열의 해당 구간에 모두 1을 더해 주는 것으로 수행할 수 있다. 이 과정에서 배열에 값이 0인 인덱스의 개수를 관리하면, 배열에 값이 0인 인덱스가 있는지, 즉 최솟값이 1 이상인지를 상수 시간에 판별할 수 있다. 시간 복잡도는 $O(Q \log N + Q \max(B_j))$이다.

부분문제 7

각 로봇의 구간을 구하는 과정은 부분문제 3과 같다. 이후 부분문제 4의 풀이를 통해 문제를 해결할 수 있다. 시간 복잡도는 $O(N+Q)\log(N+Q))$이다.