# "초등부 3번 / 중등부 2번. 색깔 모으기" 문제 풀이

*작성자: 박찬솔*

## 부분문제 1

$N \leq 2$ 이므로 가능한 모든 입력에 대해 답을 미리 구해두어 출력하면 된다.

## 부분문제 2

$N \leq 20$ 이므로 $dp$[`bit`]를 상태가 `bit`일 때 초기 상태로부터의 최소 이동 횟수로 정의하면 비트마스킹을 사용한 동적 계획법으로 문제를 해결할 수 있다.

`bit`의 $i$번째 비트는 색깔이 $i$인 공이 같은 상자에 있으면 1, 그렇지 않으면 0으로 둔다. 각 상태로부터 나올 수 있는 현재 공의 상자 배치가 유일하므로 동적 계획법을 사용할 수 있다.

## 부분문제 5

$i$번째 상자에서 아래에 있는 공의 색을 $A_i$, 위에 있는 공의 색을 $B_i$라고 하자. 정점이 $N$개인 방향 그래프 $G$와 무방향 그래프 $G'$을 고려하자. 모든 $A_i, B_i$에 대해서 $G$에 방향 간선 $(A_i, B_i)$를 추가하고, $G'$에 무방향 간선 $(A_i, B_i)$를 추가한다. 만약 $A_i = B_i$이면 두 그래프에 자기 자신으로 가는 간선을 하나씩 추가한다.

그래프 $G'$에서 모든 정점의 차수는 정확히 2 이므로 그래프는 단순 사이클의 집합으로 구성되어 있다. 서로 다른 단순 사이클에 속하는 정점은 영향을 주지 않으므로, 그래프에 있는 단순 사이클을 하나씩 처리하면 된다.

이렇게 만든 그래프 $G'$의 각 사이클에 $G$에서의 진출 차수가 2 이상인 정점이 1개 이하씩 있다면 아래 과정을 통해 모든 상자에 같은 색깔의 공이 들어가도록 옮길 수 있다.

- 진출 차수가 1 이하인 정점을 아무거나 하나 고른다.
- 해당 정점을 빈 상자로 옮긴다.
- 이제 다음 과정을 한 사이클에 있는 정점을 모두 처리할 때까지 반복한다.
  - 방금 선택하여 이동한 정점을 $u$라고 하자.
  - 모든 정점 $v$에 대해서 간선 $(v, u)$가 존재하면 제거한다.
  - $G$에서 진출 차수가 0이고, $G'$에서 차수가 1 이하인 정점 $w$를 아무거나 하나 고른다.
  - 정점 $w$의 진출 차수가 0이라는 것은 색깔이 $w$인 공이 모두 상자의 제일 위에 있다는 의미이다. 또한, 차수가 1 이하인 정점이라는 것은 한번의 이동으로 해당 색깔의 공을 한 상자로 모을 수 있다는 의미이다. 따라서, 색깔이 $w$인 두 공 중 하나를 선택하여 다른 상자로 옮기면 한 상자로 공을 모을 수 있다.

그러나 한 사이클에서 진출 차수가 2인 정점이 2개 이상 있으면 위 과정을 끝까지 진행할 수 없다. 그렇지 않은 경우, 한 사이클에 포함된 공을 각 상자에 같은 색깔의 공이 들어가도록 옮기는 횟수는 다음과 같다.

- 한 사이클에 포함된 정점의 수를 $V$라고 하자.

- $V = 1$이면, $0$번
- $V > 1$이면, $V + 1$번

모든 사이클에 대해 위 횟수를 더하면 정답을 구할 수 있다.