1. 배차 간격 (3점)

어느 도시의 지하철은 첫차가 오전 6시 0분에 출발하고, 그때부터 자정이 되기 전까지 매 7분마다 출발한다. 다음 중 이 도시의 지하철이 출발하는 시각인 것은?

- 오전 10시
- 오후 12시 4분 (정답)
- 오후 1시 3분
- 오후 4시 33분
- 오후 11시 11분

2. 두 개씩 곱하기 (5점)

6개의 수 1, 2, 3, 4, 5, 6이 있다.

이들 중 서로 다른 두 수 x, y $(x < y)$를 골라서 곱한 값들을 모두 더하면?

» 21

» 91

» 175 (정답)

» 350

» 441

3. 덧셈과 뺄셈 (6점)

$4\ [\ ]\ 2\ [\ ]\ 3\ [\ ]\ 5\ [\ ]\ 1\ [\ ]\ 4\ [\ ]\ 3 = 4$ 이다.

괄호 [ ] 안에는 덧셈 (+) 또는 뺄셈 (-)을 넣어야 한다.

등식을 성립하게 만드는 경우의 수는?

» 3

» 4

» 5

» 6 (정답)

» 7

4. 10명의 대결 (6점)

어떤 대회에서 한 명의 우승자를 뽑기 위해서 10명의 사람들이 서로 대결하고 있다. 이 대결에서는 2명이 무승부 없이 승패가 결정될 때까지 싸우며, 한 번 대결했던 두 사람이 다시 대결할 수도 있다. 다만, 누구든지 누적 3패를 하면 바로 대회에서 탈락한다. 마지막 한 명만 빼고 다른 사람이 모두 탈락하면 이 사람이 대회의 우승자가 된다.

우승자를 결정할 때 가장 많은 횟수의 대결이 필요한 경우와, 가장 적은 횟수의 대결이 필요한 경우를 생각해보고, 두 경우의 대결 횟수 합을 구하시오.

정답: 56

5. 진법 변환 (8점)

16진수 `EA`를 8진수로 표현하면 `352`이며, 이 때 나타나는 각 숫자의 합은 $3 + 5 + 2 = 10$ 이다.

16진수 `A6E4F3`을 8진수로 표현했을 때 나타나는 각 숫자의 합은?

정답: 31

6. 선거 (8점)

최대 2명의 대표를 뽑는 선거에 세 명의 후보 A, B, C가 출마했다.

205명의 유권자가 있고, 각 유권자는 세 후보 중 정확히 한 명에게 투표한다.

투표가 끝나면, 기본적으로 득표 수가 가장 높은 두 명이 당선된다. 단, 두 번째로 득표 수가 많은 후보가 두 명인 경우에는, 가장 득표 수가 많은 후보만 당선된다.

득표 수에 따른 몇 가지 예시는 아래와 같다.

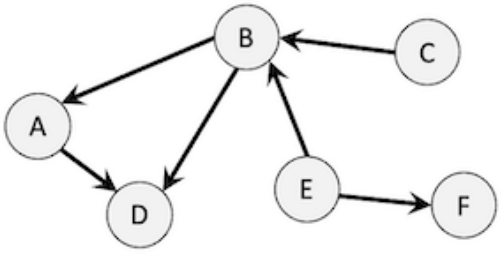
- A: 100표, B: 90표, C: 15표 ⇒ A, B가 당선된다.
- A: 100표, B: 5표, C: 100표 ⇒ A, C가 당선된다.
- A: 199표, B: 3표, C: 3표 ⇒ A만 당선된다. 두 번째로 득표 수가 많은 후보가 B, C로 두 명이기 때문이다.

어떤 후보가 다른 후보들의 득표 수와 무관하게 반드시 당선되기 위해서는 최소 몇 표를 얻어야 하는가?

정답: 69

7. 그래프의 중심 (8점)

방향 그래프 G에서, 어떤 정점 u가 **중심 정점**이라는 것은, 정점 u에서 출발해서 2개 이하의 간선을 거쳐서 다른 모든 정점을 방문할 수 있다는 것이다.



위의 그래프는 중심 정점이 없는 그래프이며, 간선을 몇 개 추가해서 중심 정점이 있도록 만들려고 한다.

최소 몇 개의 간선을 추가해야 하는가?

» 1 (정답)

» 2

» 3

» 4

» 5

8. 가위바위보 이기기 (8점)

가위바위보는 두 사람이 동시에 “가위”, “바위”, “보” 중 하나를 선택해서 내는 게임이다. 가위는 보를 이기고, 보는 바위를 이기고, 바위는 가위를 이긴다. 두 사람이 같은 모양을 내면 비긴다.

가위바위보를 하는 로봇이 있다. 로봇은 어떤 사람과 가위바위보 경기를 여러 번 할 때, 다음과 같은 방식으로 어떤 모양을 낼지를 정한다.

- 처음에는 무조건 가위를 낸다.
- 이후에는, 가위, 바위, 보 중에서 지금까지 사람이 **가장 많이** 낸 모양 (낸 횟수가 같다면 가위, 바위, 보 순으로 우선함)을 x라고 하자. 로봇은 x를 이기는 모양을 낸다.

예를 들어, 지금까지 사람이 가위를 1번, 바위를 2번, 보를 2번 냈다면, x는 ’바위’이므로, 로봇은 바위를 이기는 ’보’를 낸다.

당신은 로봇과 가위바위보를 8경기 해서 **모두 승리**하려고 한다. 로봇의 전략을 바탕으로, 매 경기에 어떤 모양을 내야 하는지를 구하여, 길이가 8인 문자열로 표현하라.

문자열의 i번째 글자는, i번째 경기에 내야 할 모양이 가위라면 0, 바위라면 1 , 보라면 2 여야 한다.

정답: 10221021

9. 징검다리 (10점)

20개의 돌이 한 줄로 놓여진 징검다리가 있다. 돌에는 차례로 1, 2, ... , 20까지 번호가 붙어 있다.

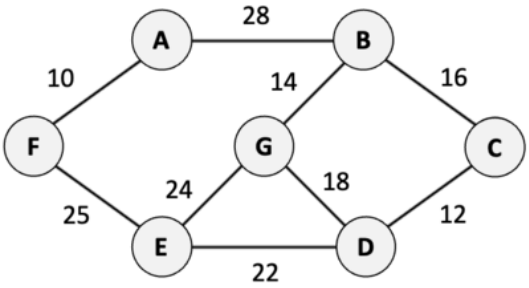
매번 돌 i에 있는 사람은 돌 $i-1$, $i+2$, $2i+1$ 중 하나로 이동할 수 있다. 이동하려는 돌의 번호가 1보다 작거나 20보다 크면 이동할 수 없다.

여러분은 돌 1에서 시작한다. 18번 돌에 도착하기 위해 필요한 최소 이동 횟수는 몇 번인가?

정답: 5

10. 최소 신장 트리 (10점)

다음 그래프의 최소 신장 트리의 가중치는? 트리의 가중치는 트리에 포함된 간선의 가중치의 합이다.



정답: 99

11. 인버전의 개수 (15점)

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8이 한 번씩만 나타나는 수열 $a_1, a_2, \cdots, a_8$ 이 있다.

c_i 를 $j < i$ 이면서 $a_j > a_i$ 인 j 의 개수라고 하자. $c_1, c_2, \cdots, c_8$ 은 아래 표와 같다.

i	1	2	3	4	5	6	7	8
c_i	0	1	0	3	0	5	2	3

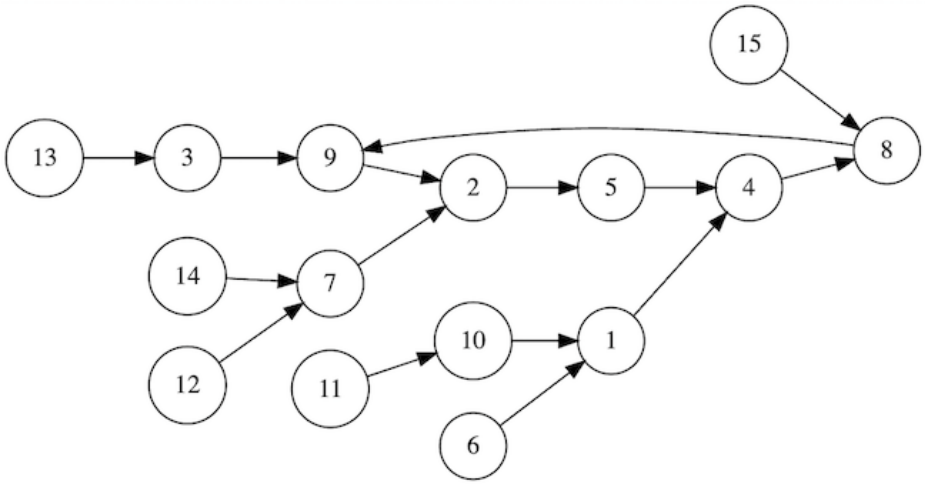
위의 정보를 통해 수열 a를 유일하게 결정할 수 있다.

이 때, $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8$ 을 공백 없이 순서대로 나열한 8자리 문자열을 구하라.

정답: 43728165

12. 화살표 따라가기 (15점)

아래와 같이 정점이 15개이고, 모든 정점에서 출발하는 간선이 정확히 1개씩 있는 방향 그래프가 있다. 정점에는 1부터 15까지의 번호가 붙어 있다.



$f(u, k)$를, u번 정점에서 시작하여 간선을 k개 거쳤을 때 도달하는 정점의 번호라고 하자. 예를 들어 $f(1, 4) = 2$, $f(1, 7) = 8$, $f(15, 2) = 9$ 이다.

$f(v, 101)$이 5 또는 9인 모든 v의 합은?

정답: 55

13. 과일 (8점)

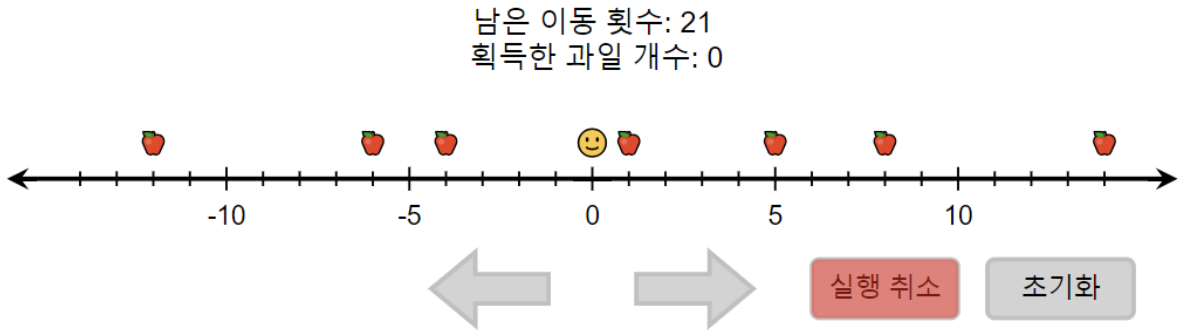
아래와 같이 수직선 위에 과일이 7개 놓여 있다.

여러분은 0에서 출발하여 한 번에 한 칸씩 왼쪽 또는 오른쪽으로 이동할 수 있다. 단, -14보다 작거나 14보다 큰 위치로는 이동할 수 없다.

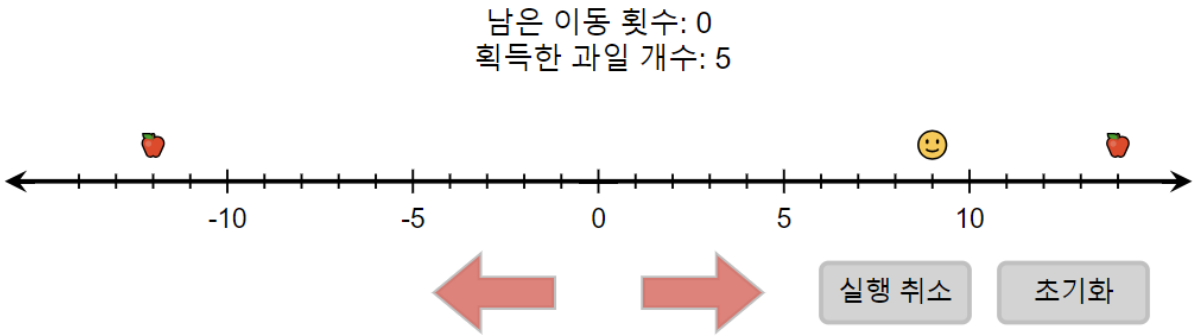
이동하는 도중 여러분의 위치가 어떤 과일의 위치와 같아지면 그 과일을 가져간다.

21회 이내로 움직여서 최대한 많은 과일을 가져가시오.

'실행 취소' 버튼을 통해 가장 마지막에 수행한 이동을 되돌릴 수 있다.



이동 방향을 한 번만 바꾸어도 된다. 왼쪽으로 6번 이동한 후 오른쪽으로 15번 이동하면 아래와 같이 총 5개의 과일을 획득할 수 있다.

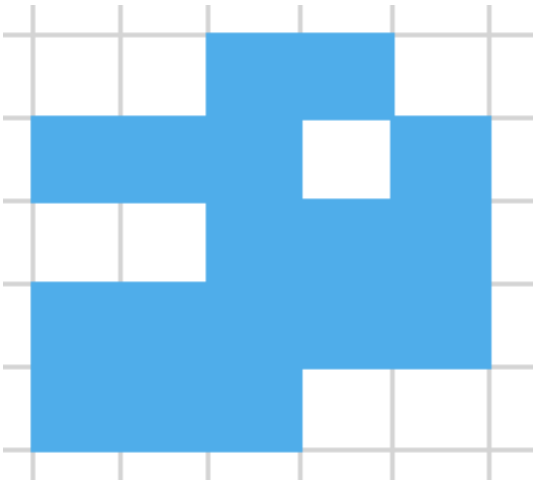


14. 스탬프 (8점)

아래와 같이 8행 13열의 격자가 있다. 각 격자칸에는 음이 아닌 정수가 적혀 있다.

여러분은 다음 행동을 적절히 수행하여 격자칸에 적힌 모든 수가 0이 되도록 해야 한다.

- 아래 그림과 같은 스탬프를 칸에 맞추어 놓은 후, 스탬프가 놓인 격자칸들에 적힌 값을 모두 1 뺀다.



스탬프를 뒤집거나 돌릴 수 없으며, 스탬프가 격자 밖으로 나가서는 안 됨에 유의하라.

어떤 격자칸을 클릭하면 스탬프의 정가운데 칸을 해당 격자칸에 놓고 행동을 한 번 수행한다. 스탬프가 격자 바깥으로 나가거나, 행동을 수행했을 때 어떤 격자칸에 적힌 값이 음수가 되면, 클릭을 할 수 없다.

0	0	0	0	0	4	5	5	4	4	7	3	0
0	0	0	6	7	12	11	18	14	17	6	4	3
0	2	5	12	10	18	18	26	22	21	13	10	3
3	7	10	19	17	29	30	41	35	33	19	13	3
3	8	11	22	29	38	30	42	37	31	20	8	0
3	9	12	21	23	27	27	32	27	22	13	5	0
6	13	13	16	16	19	21	25	18	11	6	2	0
3	6	6	6	6	8	9	8	6	2	0	0	0

다시하기

각 격자칸을 클릭을 할 수 없을 때까지 연속으로 클릭하는 작업을, 왼쪽에서 오른쪽으로, 위에서 아래로 차례대로 수행하면 충분하다.

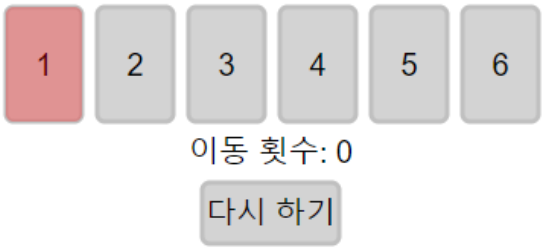
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

성공!

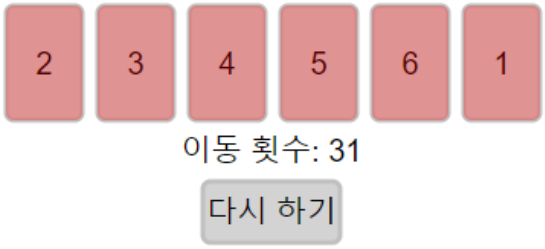
15. 제자리 (11점)

각각 1, 2, 3, 4, 5, 6이 적힌 카드가 순서대로 놓여있다. 이때, 왼쪽에서 i번째에 위치하면서 i가 적혀 있는 카드를 "제자리 카드"라고 하자. 정의에 따라 처음에 모든 카드는 "제자리 카드"이다.

당신은 2 이상의 수가 적혀 있는 "제자리 카드" 중 원하는 것을 클릭해서 맨 앞으로 옮길 수 있고, 카드를 옮길 때마다 이동 횟수가 1씩 증가한다. 카드를 적절히 옮겨서 이동 횟수를 최대화하라.



이동할 수 있는 카드 중 가장 앞에 있는 카드를 선택하는 것을 반복하면 된다.



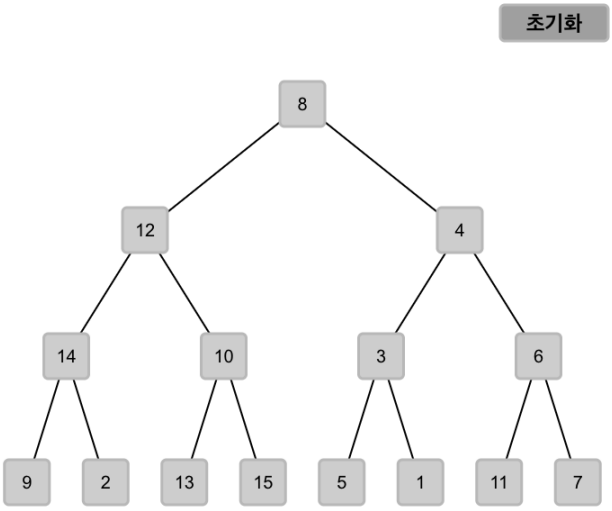
16. 어긋나는 정점 (11점)

아래와 같이 15개의 정점을 가진 이진 트리가 있다.

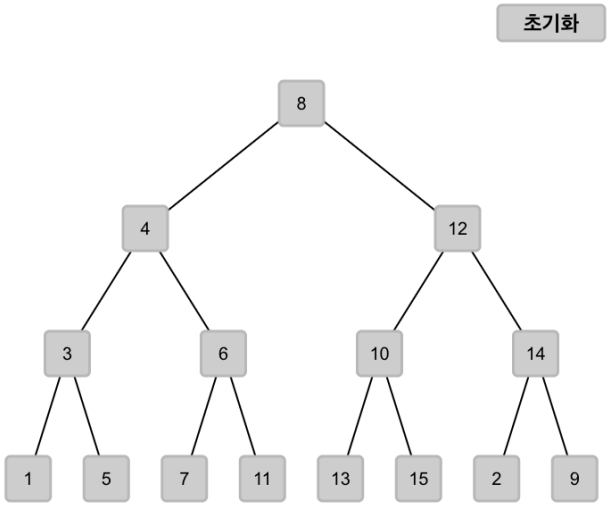
이 트리 상에서 인접한 두 정점 x와 y가 다음 조건 중 하나 이상 만족한다면, 두 정점의 쌍 (x, y)는 **어긋난다**고 하자.

- x가 y의 왼쪽 자식이며, x에 적힌 수가 y에 적힌 수 보다 크다.
- x가 y의 오른쪽 자식이며, x에 적힌 수가 y에 적힌 수 보다 작다.

여러분은 말단 정점을 제외한 임의의 정점을 클릭하여 왼쪽 서브트리와 오른쪽 서브트리를 바꿀 수 있다. 어긋나는 인접한 두 정점 쌍의 개수를 최소화하라.



루트 정점에서 시작하여 재귀적으로 탐색하면서, 어긋나는 정점 쌍의 수를 줄이는 방향으로 자식 서브트리를 교환하면 문제를 해결할 수 있다.



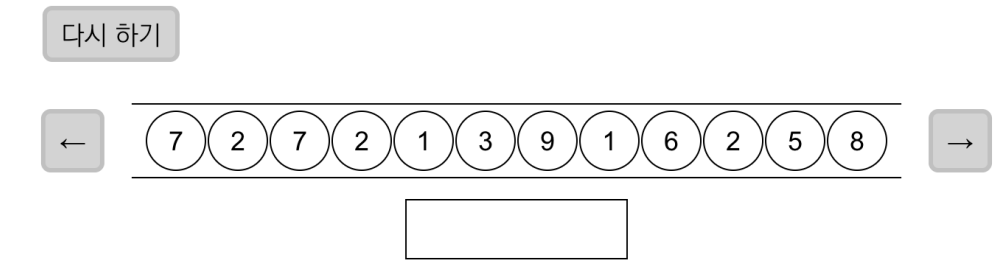
17. 큰 수 만들기 (14점)

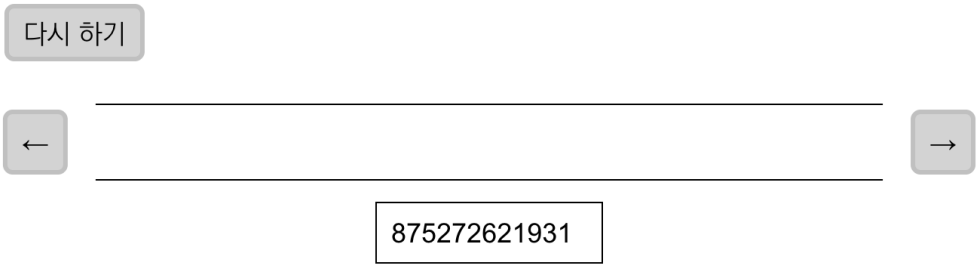
0에서 9까지의 숫자가 적힌 구슬들이 일렬로 나열되어 있다. 당신은 다음 두 가지 버튼을 누를 수 있다.

- [←]: 왼쪽 끝에 있는 구슬을 꺼낸다.
- [→]: 오른쪽 끝에 있는 구슬을 꺼낸다.

꺼낸 순서대로, 구슬에 있는 숫자들을 모두 이어붙여 하나의 큰 수를 만들 것이다. 예를 들어, 구슬이 [4, 1, 3, 2, 5] 순서대로 나열되어 있을 때 [→][←][→][→][←] 순서로 버튼을 누르면 54231을 만들 수 있다.

두 버튼을 적절히 클릭해서, 만들어지는 수를 가장 크게 만들라.





18. Prefix Code (14점)

이진 코드란 0과 1로 이루어진 문자열이다.

아래에 있는 8개의 빈 칸에 이진 코드를 채워야 한다. 이진 코드는 아래 두 조건을 모두 만족해야 한다.

- 빈 칸의 왼쪽에 "길이 l"이 있는 경우, 해당 빈 칸에 정확히 l개의 문자를 입력해야 한다.
- 한 이진 코드가 다른 이진 코드의 접두사가 되는 경우가 없어야 한다.

어떤 이진 코드의 접두사는 그 이진 코드를 앞에서부터 읽었을 때 나올 수 있는 모든 이진 코드를 뜻한다. 예를 들어, 101110의 접두사는 1, 10, 101, 1011, 10111, 101110으로 총 6개이다.

동작 설명

- 0 버튼: 코드 맨 뒤에 0을 하나 붙인다.
- 1 버튼: 코드 맨 뒤에 1을 하나 붙인다.
- ← 버튼: 코드 맨 뒤의 문자를 하나 지운다.
- 지우기 버튼: 코드를 전부 지운다.
- 어떤 이진 코드 x가 다른 이진 코드의 접두사인 경우, x가 채워진 칸의 글자 색이 연두색으로 변한다.

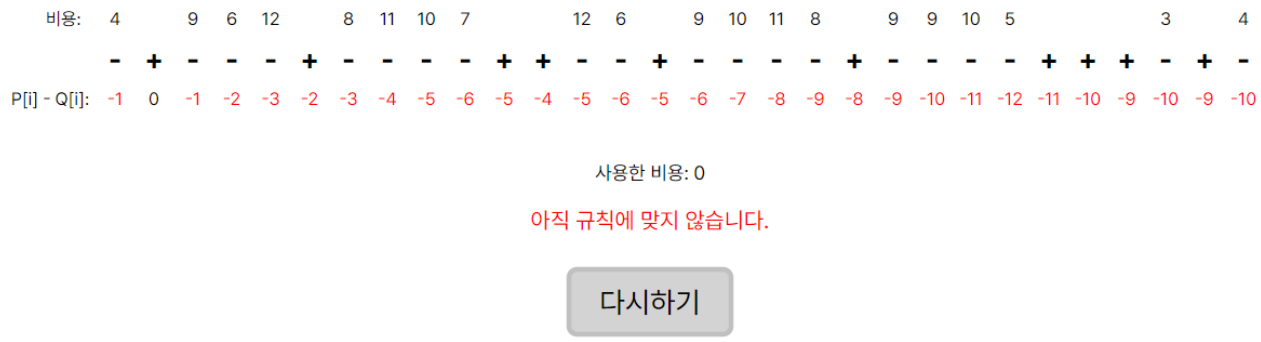
가장 짧은 코드부터 순서대로 배정하되, 이전 코드들을 접두사로 가지지 않게 배정하면 된다.

길이 5
11110
0
1
←
지우기
길이 3
100
0
1
←
지우기
길이 3
101
0
1
←
지우기
길이 2
00
0
1
←
지우기
길이 5
11111
0
1
←
지우기
길이 2
01
0
1
←
지우기
길이 4
1110
0
1
←
지우기
길이 3
110
0
1
←
지우기

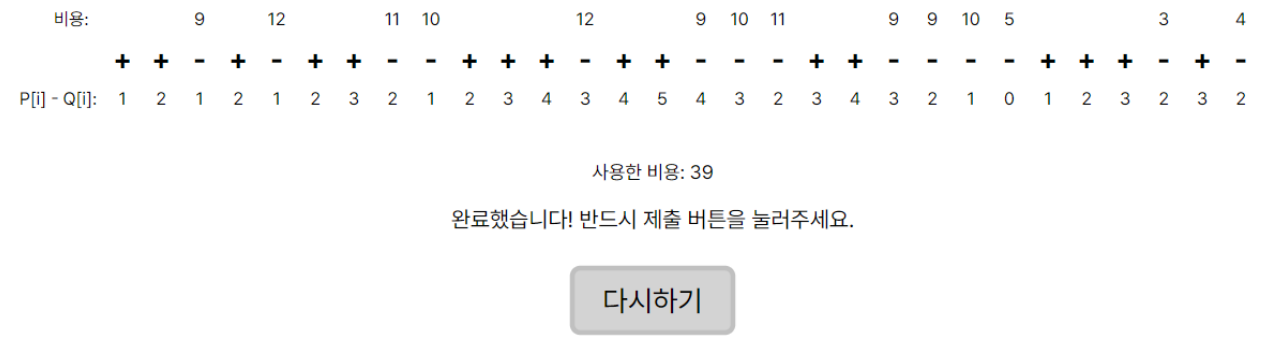
19. Plus Minus (16점)

+ 기호와 - 기호로 구성된 길이가 30인 문자열이 있다. - 기호를 클릭하면 + 로 바꿀 수 있고, - 기호 위의 수만큼의 비용이 든다. 총 비용은 - 기호를 + 기호로 바꾸는 데 사용한 모든 비용의 합이다. 최소한의 비용을 들여 아래 규칙을 만족하도록 하여라.

- **규칙**: 문자열의 앞에서부터 k개의 기호 중 +의 개수를 $P[k]$, -의 개수를 $Q[k]$ 라고 하자. 1 이상 30 이하의 모든 정수 i에 대해, $P[i] - Q[i] \geq 0$ 여야 한다.



처음으로 $P[i] - Q[i] < 0$이 되는 i에 대해서, 1부터 i 사이에 있는 - 중 최소 비용인 것을 +로 바꿔주는 것을 반복하면 된다.



20. 식별 코드 (16점)

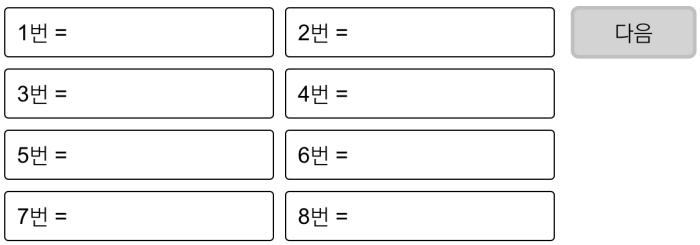
8명의 사람들이 있다. 편의상 각 사람에게 1번 사람에서 8번 사람까지의 번호를 붙이자.

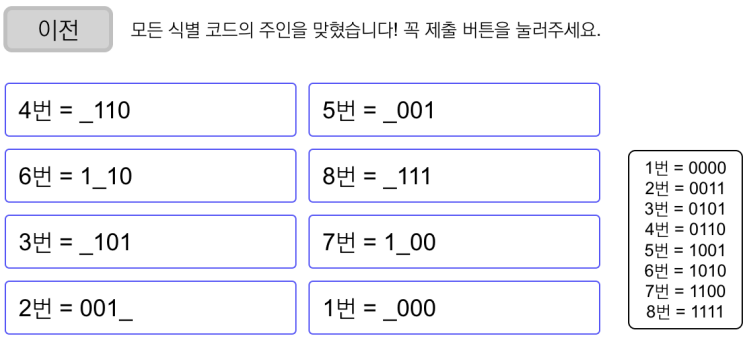
먼저, 당신은 각 사람들에게 식별 코드를 하나씩 부여해야 한다. 식별 코드는 '0'과 '1'로 이루어진 4글자의 문자열이다.

각 사람들에게 식별 코드를 부여하고 [다음] 버튼을 누르면, 개구쟁이 민수가 각 사람들의 식별 코드를 섞은 뒤, 글자를 하나씩 가릴 것이다. 예를 들어, 민수가 식별 코드 '1011'의 두 번째 글자를 가린다면 '1_11'가 남을 것이고, 네 번째 글자를 가린다면 '101_'가 남을 것이다. 당신은 민수가 한 글자씩 가린 각 사람들의 식별 코드를 보고, 원래 각각이 어떤 사람의 식별 코드인지 맞혀야 한다.

당신은 각 사람의 번호와 한 글자씩 가린 식별 코드를 모두 대응시킨 다음 [완료] 버튼을 눌러야 한다. [완료] 버튼을 누르고 나면, 민수가 각 식별 코드가 원래 어떤 사람의 것이었는지를 알려준다. 당신은 식별 코드의 주인을 모두 맞혀야 한다. 즉, 당신이 대응한 식별 코드의 주인과 민수가 알려준 식별 코드의 주인이 모두 일치하도록 식별 코드를 대응해야 한다.

단, 짓궂은 민수는, 당신의 예상과 다르게 식별 코드를 섞는 방법이 존재했다면, 그 방법으로 섞었다고 말할 것이다. 즉, 민수가 식별 코드들에서 어떤 글자를 가려도 주인을 유일하게 대응시킬 수 있도록, 첫 단계에서 식별 코드를 잘 부여했어야 한다.





그림에 나와 있는 인코딩 외에도 이의 순서를 바꾼 인코딩, 자리별로 0과 1을 바꾼 인코딩 등으로도 문제를 풀 수 있다.