

# “중등부 2번. 회의 장소” 문제 풀이

작성자: 박선재

## 부분문제 1

각 질의마다 방문한 가능한 순서를 모두 시도해 볼 수 있다. 가능한 순서들에 대해 회의 세트의 피로도를 전부 계산하고, 그중 최솟값을 출력하면 된다.

## 부분문제 2

각 질의마다 동적 계획법을 사용해 정답을 구할 수 있다. 다음과 같이 **best**라는 배열을 정의한다.

$\text{best}[S][i]$  : 부분집합  $S$ 에 해당하는 집들만을 방문하고, 그 중  $i$ 번째 집을 마지막으로 방문하는 모든 방법 가운데, 그때까지의 피로도 중 최솟값

구현 시에는  $S$ 를 집합으로 표현하기보다는, 비트 표현 등을 사용할 수 있을 것이다.

위와 같은 정의는 동적 계획법으로 외판원 문제(traveling salesman problem)를 해결할 때의 정의와 유사하며, **best** 배열을  $O(N^2 2^N)$ 의 복잡도로 계산할 수 있다. 각 질의에 대해 **best** 배열을 독립적으로 계산하여 문제를 해결할 수 있으므로, 전체 시간복잡도는  $O(QN^2 2^N)$ 이다.

## 부분문제 3

한 가지 관찰이 필요하다. 각 질의에 대해서, 주어진 순서에 대한 회의 세트의 피로도는 수직선에서 각 회의 비용에 대응되는 모든 점을 한 번씩 방문할 때 필요한 이동 거리와 같다. 따라서, 이때의 최소 이동 거리가 최소 피로도이므로, 최대 회의 비용과 최소 회의 비용의 차가 최소 피로도가 된다. 각 질의에 대해  $O(N^2)$ 의 복잡도로 최대 회의 비용과 최소 회의 비용을 구할 수 있다. 따라서 전체 시간복잡도  $O(N^2 Q)$ 에 문제를 해결할 수 있다.

## 부분문제 4

회의 세트에 참가하는 집들의 좌표를 작은 것부터 순서대로  $a_1, a_2, \dots, a_k$ 라고 했을 때,  $a_i$ 에서 모일 때 회의 비용을  $b_i$ 라고 하자. 이때,  $1 \leq i < k$ 에 대해  $b_{i+1} - b_i$ 를 생각하면,  $(2i - k) \cdot (a_{i+1} - a_i)$ 이다. 따라서,  $2i < k$ 이면  $b_{i+1} - b_i < 0$ 이고,  $2i > k$ 이면  $b_{i+1} - b_i > 0$ 이다. 그러므로,  $a_1$  또는  $a_k$ 에서 모일 때 회의 비용이 최대가 되고,  $a_{\lfloor (k+1)/2 \rfloor}$ 에서 모일 때 회의 비용이 최소가 된다. 따라서,  $O(N)$ 의 복잡도로 각 회의 세트의 최소 피로도를 계산할 수 있고, 전체 시간복잡도  $O(QN)$ 에 문제를 해결할 수 있다.

## 부분문제 5

앞선 부분문제들의 관찰에서,  $a_1$ 에 있는 집에서 모일 경우 회의 비용을 계산하면,  $(a_1 + a_2 + \dots + a_k) - k \cdot a_1$ 이다. 비슷하게,  $a_k$ 에 있는 집에서 모일 경우 회의 비용은  $k \cdot a_k - (a_1 + a_2 + \dots + a_k)$ 이다. 마지막으로,  $a_{\lfloor (k+1)/2 \rfloor}$ 에 있는 집에 모일 경우, 회의 비용은  $(\lfloor (k+1)/2 \rfloor \cdot a_{\lfloor (k+1)/2 \rfloor}) - (a_1 + a_2 + \dots + a_{\lfloor (k+1)/2 \rfloor}) + (a_{\lfloor (k+1)/2 \rfloor + 1} + a_{\lfloor (k+1)/2 \rfloor + 2} + \dots + a_k) - \lfloor k/2 \rfloor \cdot a_{\lfloor (k+1)/2 \rfloor}$ 이다.

따라서, 회의 세트에 참여하는 집들에 대해, 좌표의 최솟값, 좌표의 최댓값, 좌표의 중간값, 좌표의 합을 계산할 수 있으면 문제를 해결할 수 있다.

집들의 좌표가 오름차순으로 정렬되어 있기 때문에, 이진 탐색을 통해 집의 좌표가  $l$  이상  $r$  이하인 집의 번호의 범위 ( $i$  이상  $j$  이하)를 구할 수 있다. 좌표의 최솟값은  $X_i$ , 최댓값은  $X_j$ , 중간값은  $X_{\lfloor (i+j)/2 \rfloor}$ 이다.

범위 내의 좌표 합은 좌표의 합인 누적합 배열  $S_i = X_1 + X_2 + \dots + X_i = S_{i-1} + X_i$ 를 사전에 계산해 놓으면,  $S_j - S_{i-1}$ 로 상수 시간에 계산할 수 있다. 질의마다  $(i, j)$  범위를 계산하는 데에  $O(\log N)$ 의 시간이 필요하다.

위와 같은 방식으로, 전체 시간복잡도  $O(N + Q \log N)$ 에 문제를 해결할 수 있다.