

1. 양팔 저울 (5점)

양팔저울과 각각 무게가 2kg, 5kg, 8kg인 추 3개와 빈 물통이 있다. 빈 물통의 무게는 0kg이며, 물을 담을 수 있는 용량 제한은 없다.

양팔저울을 한 번만 이용하여 15kg 이하의 각 정수 무게에 해당하는 물을 물통에 담으려고 한다. 다음 중 담을 수 없는 무게는 무엇인가? 각 무게에 해당하는 추는 1개밖에 없고, 추를 양팔저울의 어느 쪽에도 놓을 수 있다는 것에 유의하라.

- Ⓐ 1kg
- Ⓑ 6kg
- Ⓒ 11kg
- Ⓓ 12kg (정답)

2. 봉투 (5점)

5개의 봉투에 천 원짜리 지폐가 각각 9, 3, 4, 5, 8장씩 들어있다. 빈 봉투는 충분히 많이 있고, 한 봉투에 있는 지폐를 마음대로 꺼내서 빈 봉투에 담을 수 있다.

어떤 봉투에 있는 금액도 다른 봉투에 들어있는 금액의 2배 이상이 되지 않게 위의 규칙을 따라서 돈을 봉투에 나누고 싶다. 예를 들어, 천 원짜리 4장이 들어있는 봉투가 있다면 천 원짜리 8장 이상이 들어있는 다른 봉투가 있으면 안 된다. 몇 개의 봉투로 나누는 것이 최소일까?

Ⓐ 5

Ⓑ 6

Ⓒ 7 (정답)

Ⓓ 8

3. ABAB (5점)

영어 소문자 a와 b로 구성된 문자열 bababbaaba 가 있다. 이 문자열을 여러 개의 부분으로 나누는데, 나누어진 각 부분은 서로 겹치지 않으면서 이으면 원래 문자열이 되어야 한다. 또한 각 부분은 a, b, ab, ba 중 하나여야 한다. 여러 방법으로 주어진 문자열을 조건에 맞게 나눌 수 있는데, 그 중 가장 부분의 개수가 적은 것은 몇 개의 부분으로 이루어져 있는가?

Ⓐ 6 (정답)

Ⓑ 7

Ⓒ 8

Ⓓ 9

4. 교수와 학생 (5점)

3명의 교수 A, B, C와 6명의 학생이 앉을 의자 9개가 일렬로 놓여있다. 3명의 교수들은 6명의 학생들 보다 먼저 도착하고, 각 교수가 두 학생 사이에 앉도록 자리를 선택해야 한다. 교수 A, B, C가 자리를 선택할 수 있는 경우의 수는 모두 몇 가지인가?

정답: 60

5. 가전 제품 교체 (8점)

다음과 같이 최대 4개의 가전제품을 동시에 사용할 수 있는 콘센트가 있다.



총 8가지의 가전제품이 있고, 각 제품을 1, 2, 3, ..., 8로 표현하자.

동시에 최대 4개의 가전제품을 사용할 수 있기 때문에, 이미 4개의 가전제품이 콘센트에 꽂힌 상태에서 새로운 가전제품을 써야 한다면, 이미 꽂힌 것 중 하나를 뽑아내고 새로운 가전제품을 꽂아야 한다. 이를 가전제품 교체라고 하자.

다음 순서로 가전제품을 사용해야 한다.

- 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 4, 1, 6, 3, 8, 5, 6, 7, 2, 1, 3

처음에는 가전제품 (1, 2, 3, 4)가 꽂혀 있고, 5를 쓰려면 이미 꽂힌 것 중 하나를 뽑아내야 한다. 어느 것을 뽑는가에 따라 필요한 가전제품 교체의 수가 달라질 수 있다.

필요한 가전제품 교체 횟수의 최솟값은?

Ⓐ 5

Ⓑ 6

Ⓒ 7

Ⓓ 8 (정답)

6. 배수 (8점)

1 이상 2001 이하의 자연수 중, 3의 배수 혹은 4의 배수이고, 동시에 5의 배수는 아닌 수는 모두 몇 개인가?

정답: 801

7. 근무 계획 (8점)

어느 공장에서 근무 계획을 세우려고 한다. 아래 표에서 p_i 는 작업 i 를 마쳤을 때 얻을 수 있는 이득이며 d_i 는 작업 i 의 마감 일자(deadline)를 나타낸다. 모든 작업은 마치는데 1일이 걸린다. 작업을 수행할 수 있는 기계가 2대가 있다면, 4일동안 얻을 수 있는 이익의 최대값을 구하시오.

작업	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
p_i	40	35	30	29	25	24	20	18	16	16	15	12	10	8	7
d_i	2	2	1	3	2	1	4	2	3	4	3	2	3	2	2

정답: 211

8. 점 배치 (8점)

한 변의 길이가 2인 정삼각형에 5개의 점을 놓으려고 한다. 점은 면적이 없고, 정삼각형의 꼭지점이나 모서리 위에도 점을 놓을 수 있다.

다음이 참이 되게 하는 X 의 최솟값은?

- 점을 어떻게 놓더라도, 적어도 한 쌍의 점은 거리가 X 이하이다.

Ⓐ 0.9

Ⓑ 1.0 (정답)

Ⓒ 1.2

Ⓓ 1.4

9. 이상한 섬 (8점)

어떤 섬에 사는 사람들은 신사 아니면 건달인데, 신사는 항상 진실만을 말하고 건달은 항상 거짓만을 말한다. 누가 신사이고 건달인지는 논리적인 추론 외에는 알 방법이 없다.

이 섬을 방문한 김 교수는 세 명의 주민 A, B, C를 만났다. 김 교수는 A에게 물었다.

- 김 교수 : “당신은 신사입니까 건달입니까?”

A는 이에 대답했지만, 무슨 말인지 알아들을 수 없었다. 옆에 있던 B가 말했다.

- B : “A는 자신이 건달이라고 말했습니다.”

이때 C가 말했다.

- C : “B는 지금 거짓말을 하고 있습니다.”

B와 C는 각각 어떤 신분(신사 또는 건달)인가?

Ⓐ B: 건달 C: 건달

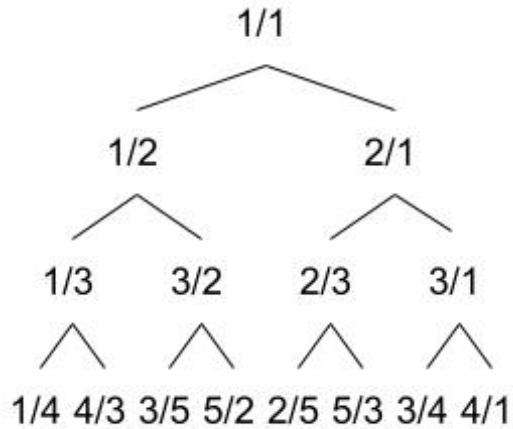
Ⓑ B: 건달 C: 신사 (정답)

Ⓒ B: 신사 C: 건달

Ⓓ B: 신사 C: 신사

10. 분수 트리 (13점)

다음 규칙에 따라서 이진 트리를 만들자. 트리의 루트에는 $1/1$ 를 적고, p/q 가 적힌 노드의 왼쪽 자식에는 $p/(p+q)$, 오른쪽 자식에는 $(p+q)/q$ 를 적는다. 아래 그림은 이러한 이진 트리의 일부를 보여준다.

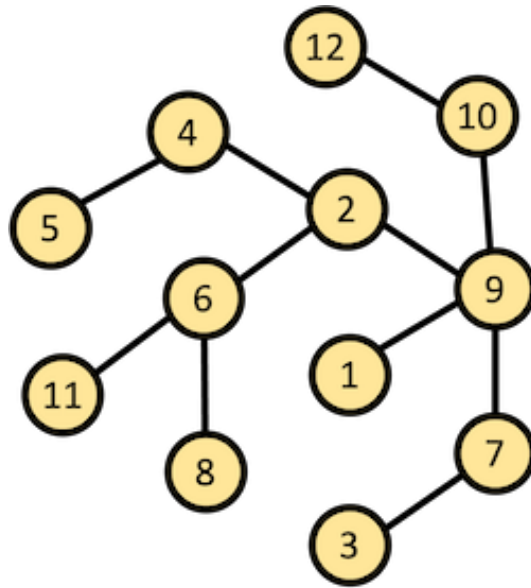


한 노드에서 시작해서 다른 노드로 가는 경로를 다음과 같이 표현하자. 어떤 노드에서 이 노드의 왼쪽 자식으로 가는 것을 L, 오른쪽 자식으로 가는 것을 R 이라고 표현하자. 예를 들어, 루트에서 시작하는 경로 중 RLR 로 표현되는 경로는 $1/1 \rightarrow 2/1 \rightarrow 2/3 \rightarrow 5/3$ 으로, 최종적으로 $5/3$ 에 도착한다.

루트에서부터 $29/67$ 까지 가는 경로를 L 과 R 을 이용하여 표현하시오.

정답: RLLLLRRRLL

11. 트리 위의 모임 (13점)



위의 그림과 같은 트리 위의 세 사람이 세 정점 a, b, c 위에 한 명씩 서 있다. 이 세 사람이 한 정점에서 모으려면, 정점 v 를 택해서, 각자 정점 v 로 최단 거리로 이동해야 한다. 이 때 이동해야 하는 최단 거리의 합을 $f(a, b, c)$ 라고 하자.

즉, $d(i, j)$ 가 정점 i 와 정점 j 사이의 최단 거리라면, $f(a, b, c) = \min_v \{d(v, a) + d(v, b) + d(v, c)\}$ 이다.

모든 $1 \leq a < b < c \leq 12$ 쌍에 대해, $f(a, b, c)$ 의 값을 모두 합치면 얼마인가?

정답: 945

12. 쪽지 시험 (13점)

정보 교과 수업을 듣는 7명의 학생이 있다. 이 중 4명은 수강생이고, 다른 3명은 청강생이다.

오늘 수업 시작 직전에 쪽지 시험을 치러서, 각 학생이 시험지 하나씩을 풀었다.

교수님은 이제 각 학생이 시험지를 하나씩 맡아서 채점을 하게 하고자 한다.

수강생은 자기 자신의 시험지를 채점할 수 없으나, 청강생은 자기 자신의 시험지를 채점해도 된다.

시험지를 분배하는 $7! = 5040$ 가지의 방법 가운데, 이러한 조건을 만족하는 방법의 수는?

정답: 2790

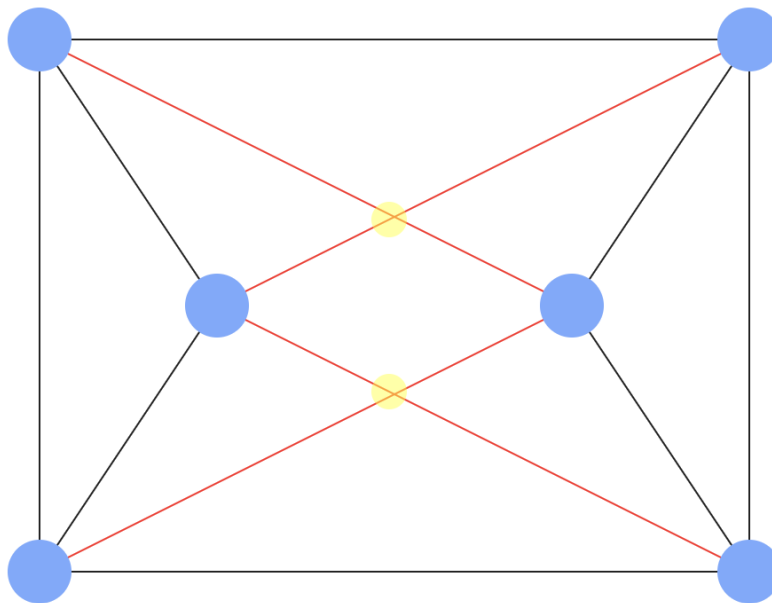
13. 얹힌 그래프 (10점)

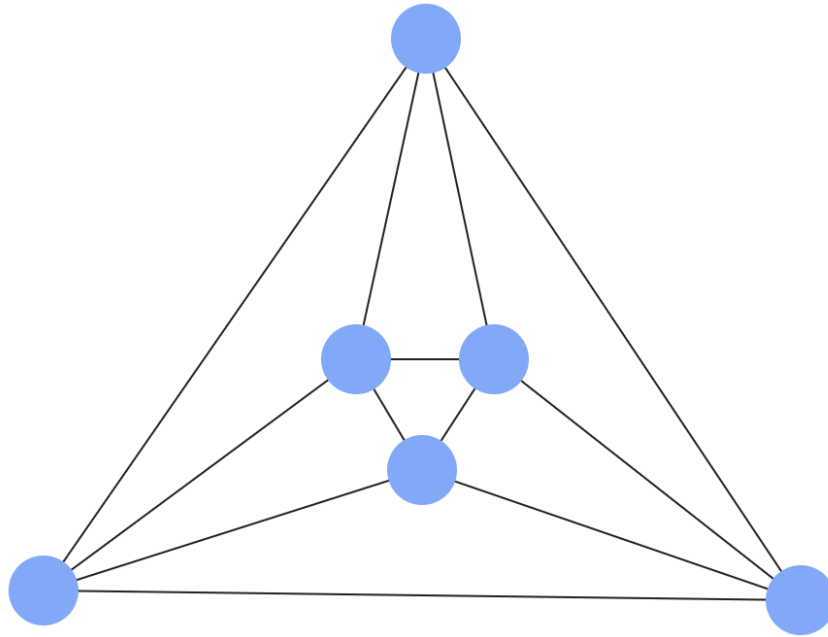
그래프란, 아래 그림과 같이 정점들과 간선들로 이루어져 있는 구조이다. 아래 그림에서 정점은 파란 색 원으로 표시되어 있다. 두 정점 사이를 잇고 있는 선을 간선이라고 한다.

평면 그래프란, 서로 교차하는 간선이 없는 그래프, 또는 정점을 적절히 옮겨서 그렇게 만들 수 있는 그래프를 뜻한다. 아래 그림의 그래프는 평면 그래프이지만, 현재 일부 간선이 교차하고 있다. 그림에서 교차하는 간선은 붉은색으로 표시되어 있고, 교차하는 간선들의 교차점에 노란색 원으로 표시되어 있다.

정점을 드래그해서 옮길 수 있다. 정점을 적절히 옮겨서 서로 교차하는 간선이 없도록 만들자.

제출 버튼을 눌렀을 때, 서로 교차하는 (붉은색으로 표시된) 간선이 존재하면 전체 점수의 0%를, 존재하지 않는다면 전체 점수의 100%를 받을 수 있다.





위 예시와 같이 교차하는 간선이 없으면 정답 처리된다.

14. 2층 (11점)

2개의 행과 15개의 열로 이루어진 표가 있다.

첫 번째 행의 칸들에는 1부터 15까지의 정수가 한 칸에 하나씩 들어있다. 두 번째 행의 칸들도 마찬가지로 이다.

주어지는 표에서 같은 열의 두 칸에 있는 값을 교환하는 작업을 수행할 수 있다.

여러분의 목표는 최소 횟수의 작업으로 원래 표와 다르면서 각 행에 중복되는 값이 없는 표를 만드는 것이다.

표의 칸을 클릭하여 같은 열 다른 행의 칸과 값을 교환할 수 있다. “다시 하기” 버튼을 눌러 언제든지 초기 상태에서 문제를 다시 해결할 수 있다.

목표를 달성했다면 반드시 제출을 해야 득점할 수 있다.

다시 하기

15	14	8	1	9	7	12	4	13	3	2	11	10	6	5
7	3	15	10	8	6	14	11	12	2	9	5	4	13	1

각 행에 중복되는 수가 없으면 성공!

다시 하기

15	14	8	10	9	7	12	11	13	3	2	5	4	6	1
7	3	15	1	8	6	14	4	12	2	9	11	10	13	5

성공! 제출해주세요.

15. 합이 0 (11점)

N 개의 정수를 가진 수열 $A[1], A[2], \dots, A[N]$ 이 주어진다.

수열을 여러 개의 부분으로 분할하려 한다. 제일 앞의 부분과 제일 뒤의 부분을 제외하고, 각각의 부분에 있는 수들의 합은 0이어야 한다. 물론, 가장 앞 부분 또는 가장 뒤 부분의 수들의 합이 0인 경우도 가능하다.

합이 0인 부분의 개수 (부분에 속한 인덱스의 개수가 아니라, 나누어진 부분의 개수를 뜻함)에 유의하라)가 가장 많도록 수열을 분할하라.

아래 그림에서 + 버튼을 누르면 수열의 해당 부분을 나눌 수 있고, - 버튼을 누르면 수열의 해당 부분을 합칠 수 있다. 수열의 각 부분이,

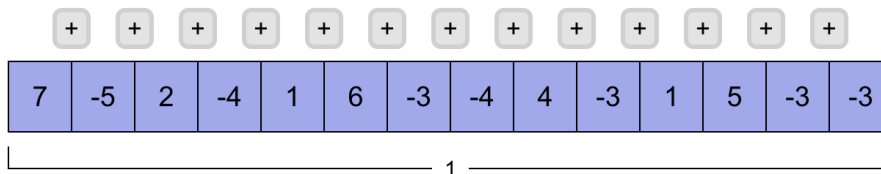
- 수들의 합이 0이면 하얀색
- 수들의 합이 0이 아니지만, 가장 앞 부분이거나 가장 뒤 부분이면 파란색
- 수들의 합이 0이 아니고, 가장 앞 부분 또는 가장 뒤 부분이 아니면 빨간색

의 배경으로 표시된다.

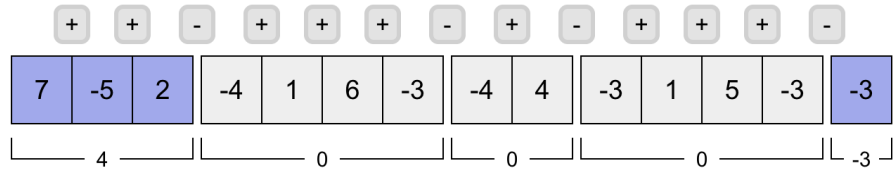
빨간색 배경의 부분이 없을 경우, 제출할 수 있다.

이 때, 하얀색 배경의 부분의 개수(부분에 속한 칸의 개수가 아님)에 유의하라)가 가능한 가장 많다면, 점수의 100%를 받을 수 있다. 그렇지 않다면, 점수의 0%를 받는다.

수열을 분할하세요.
[+] 버튼으로 나누고 [-] 버튼으로 합칠 수 있습니다.



수열을 분할하세요.
 [+] 버튼으로 나누고 [-] 버튼으로 합칠 수 있습니다.



16. Max-plus tree (13점)

아래와 같이 루트가 있는 트리가 하나 주어진다. 아래 그림에서 가장 위에 있는 정점이 루트 정점, 아래에 있는 16개의 팔각형 형태 정점이 리프 정점이다.

리프 정점이 아닌 정점, 즉 14개의 내부 정점은 각각 max 정점 또는 plus 정점 중 하나로 지정되어 있다. max 정점은 원, plus 정점은 사각형, 리프 정점은 팔각형으로 표시한다.

각 정점의 값은 리프 정점에 배정된 값에 따라 결정된다. 리프 정점의 값은 리프 정점에 배정된 수이고, max 정점의 값은 자식 정점들의 값의 최댓값이며, plus 정점의 값은 자식 정점들의 값의 합이다.

당신은 16개의 수를 리프 정점에 배치해서 루트 정점의 값을 최대화해야 한다.

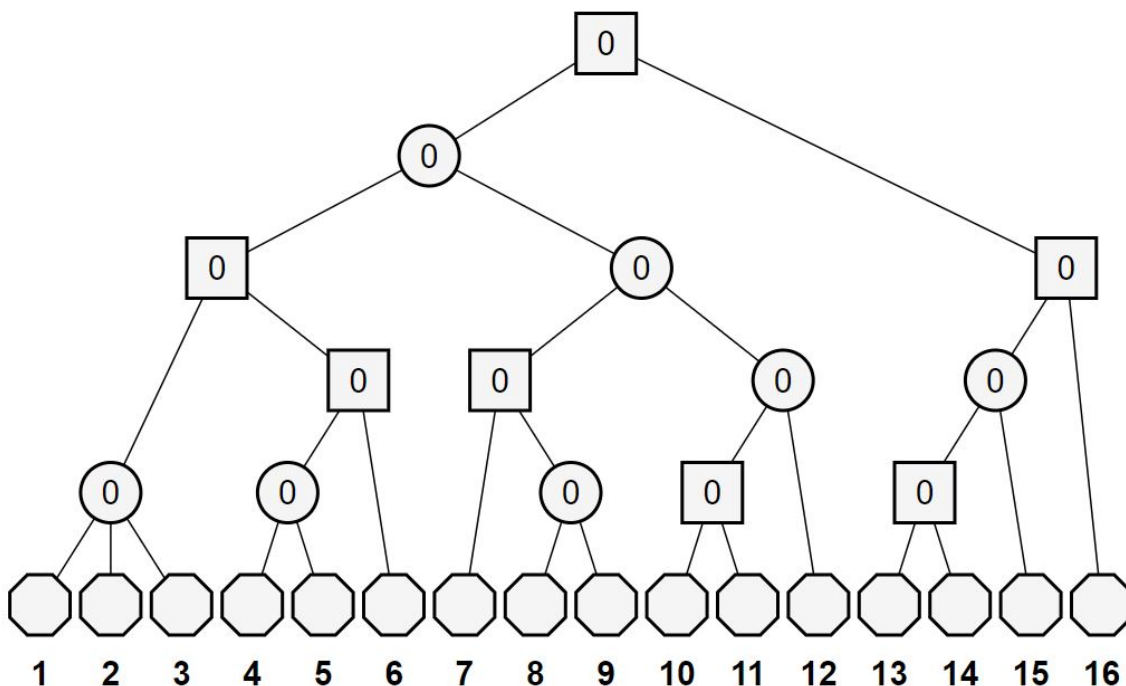
아래에서 직접 리프 정점에 수를 배치할 수 있다. 하단에 있는 수를 마우스로 드래그해서 리프 정점에 배치할 수 있다. 각 수는 최대 한 번씩 사용할 수 있다. 수를 리프 정점 바깥으로 이동시키면 수를 제거할 수 있다.

각 정점의 값은 정점 도형 안에 표시된다. 만약 리프 정점에 수가 배치되지 않았다면 그 정점의 값은 0으로 취급한다.

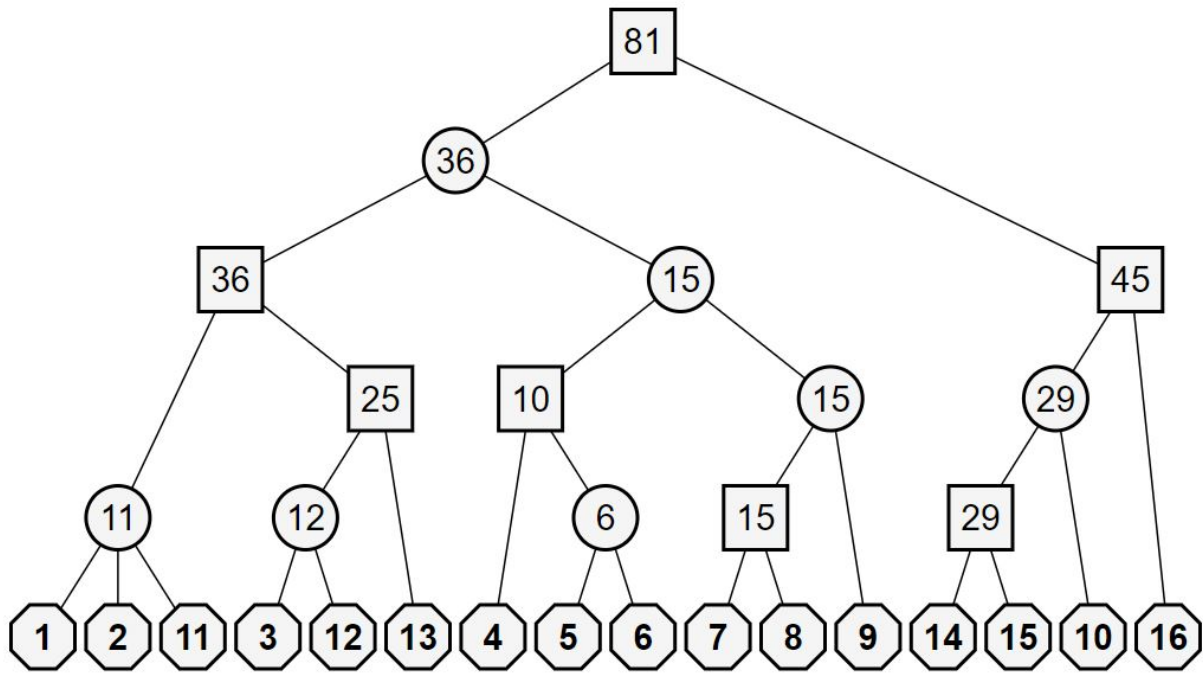
모든 리프 정점에 수가 배치되지 않은 경우 점수를 받지 못함에 주의해야 한다.

채점 방식

모든 리프 정점에 수가 배치되었고 루트 정점의 값이 최대이면 전체 점수의 100%를 받는다.



※ 아직 리프 정점이 모두 채워지지 않았습니다.



위 예시와 같지 않더라도 값을 최대화했으면 정답으로 처리된다.

17. 미로 만들기 (13점)

아래와 같이 7×12 크기의 격자판이 주어진다. 격자판의 각 칸은 빈 칸이거나 벽이다.

가장 왼쪽 위에 있는 칸인 (1,1)과 오른쪽 아래에 있는 (7,12)를 제외한 나머지 칸은 클릭하면 상태가 변한다.

처음에는 모든 칸이 비어있는 상태로 시작한다. 당신은 격자판에서 몇 개의 칸을 벽으로 바꿔서 상하좌우로 인접한 빈 칸만을 이용해 (1,1)에서 (7,12)로 가는 최단 거리가 최대한 길도록 해야 한다.

채점 기준

- 최단 거리가 39 이상이면 전체 점수의 10%를 받는다.
- 최단 거리가 47 이상이면 전체 점수의 30%를 받는다.
- 최단 거리가 49 이상이면 전체 점수의 60%를 받는다.
- 최단 거리가 51 이상이면 전체 점수의 100%를 받는다.

0												
1												
2												
3												
4												
5												
6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	

최단 경로 길이: 17

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	
												12
24	23	22	21	20	19	18	17	16	15	14	13	
25												
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	
												38
												39

최단 경로 길이: 39

0		14	15	16		30	31	32	33	34	35
1		13		17		29					36
2		12		18		28		40	39	38	37
3		11		19		27		41			
4		10		20		26		42	43	44	45
5		9		21		25					46
6	7	8		22	23	24					47

최단 경로 길이: 47

0		6	7	8	9		33	34	35	36	37
1		5			10		32				38
2	3	4		12	11		31				39
			14	13		29	30			41	40
18	17	16	15		27	28		44	43	42	
19				25	26			45			
20	21	22	23	24				46	47	48	49

최단 경로 길이: 49

0	1		17	18	19	20			39	40	41
	2		16			21		37	38		42
4	3		15		23	22		36			43
5		13	14		24		34	35		45	44
6		12		26	25		33		47	46	
7		11		27			32		48		
8	9	10		28	29	30	31		49	50	51

최단 경로 길이: 51

위 예시 외에도 채점 기준에 따라 점수를 획득할 수 있다.

18. 벌집 채우기 (13점)

아래와 같이 벌집 모양의 육각형 판이 있다.

먼저, 당신이 육각형 판에서 몇 개의 칸을 색칠해야 한다.

다음으로, “시뮬레이션 시작하기” 버튼을 누르면, 컴퓨터는 다음과 같은 과정을 계속해서 수행할 것이다.

- 각각의 칸에 대해, “인접한 여섯 개의 칸들 중 세 개 이상이 색칠되어 있으면, 자신을 색칠한다” 를 시행한다.

당신이 색칠한 육각형 판에서 시작해서, 위 과정을 충분히 반복해서 수행한 뒤에는, 육각형 판에 있는 모든 칸을 색칠하는 데 성공해야 한다. 그리고 시뮬레이션을 시작하기 전 당신이 직접 색칠한 칸의 개수를 최소화해야 한다. 어떻게 해야 하는가?

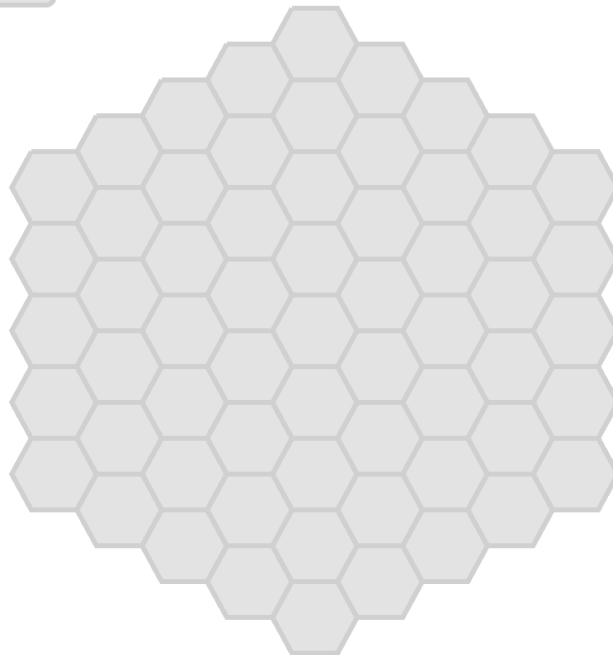
모든 칸을 색칠하는 데 성공한 뒤 제출 버튼을 누르면, 다음과 같은 방법으로 계산된 점수를 받는다.

시뮬레이션을 시작하기 전 색칠한 칸의 개수를 x , x 의 가능한 최솟값을 m 이라고 하자.

- $x = m$ 이라면, 전체 점수의 100%를 받는다.
- $x = m + 1$ 이라면, 전체 점수의 $1/2$ 을 받는다.
- $x = m + 2$ 이라면, 전체 점수의 $1/5$ 를 받는다.
- $x > m + 2$ 이라면, 전체 점수의 0%를 받는다.

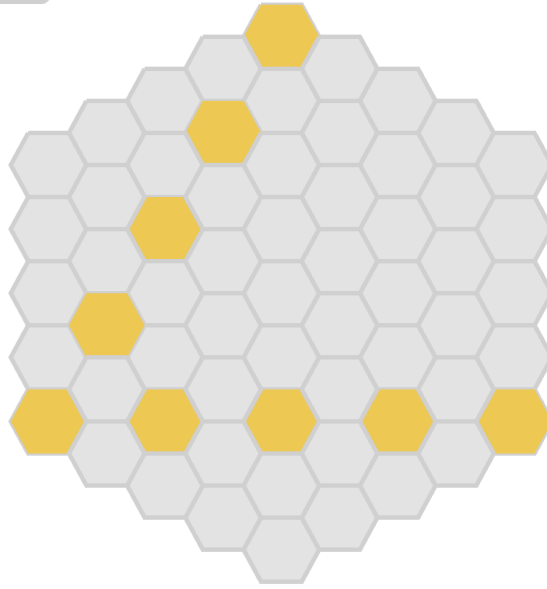
제출하지 않으면 득점할 수 없음에 유의하라.

초기화



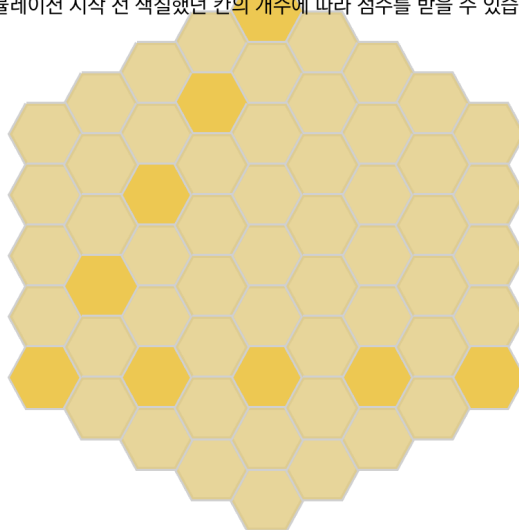
시뮬레이션 시작하기

초기화



시뮬레이션 시작하기

축하드립니다! 모든 칸을 색칠하는 데 성공했습니다!
제출 버튼을 누르면,
시뮬레이션 시작 전 색칠했던 칸의 개수에 따라 점수를 받을 수 있습니다.



이전

시뮬레이션 중지하기

다음

$m = 9$ 이다. 이 조건에 맞게 모든 칸을 채울 수 있다면 처음 색칠한 칸의 개수에 따라 해당하는 점수를 받을 수 있다.

19. 팀원 찾기 (15점)

문제 설명

$2N$ 명의 사람들이 원탁에 둘러앉아 있다. 이 사람들이 두 명씩 짝을 지어 N 개의 팀을 이루었다.

하나의 팀에 속한 두 사람이 원탁에서 인접한 자리에 앉도록 하고 싶다. 이를 위해, 다음 동작을 반복할 수 있다. * 인접한 두 자리에 앉은 사람들이 일어나 서로 자리를 바꾼다.

여러분은 이 동작을 최소한으로 수행해 목표를 달성해야 한다.

아래 그림에서 숫자가 적힌 원은 사람을 나타내고, 원 안의 숫자는 그 사람이 속한 팀의 번호를 나타낸다. 인접한 두 사람 사이를 클릭해 두 사람의 자리를 바꿀 수 있다.

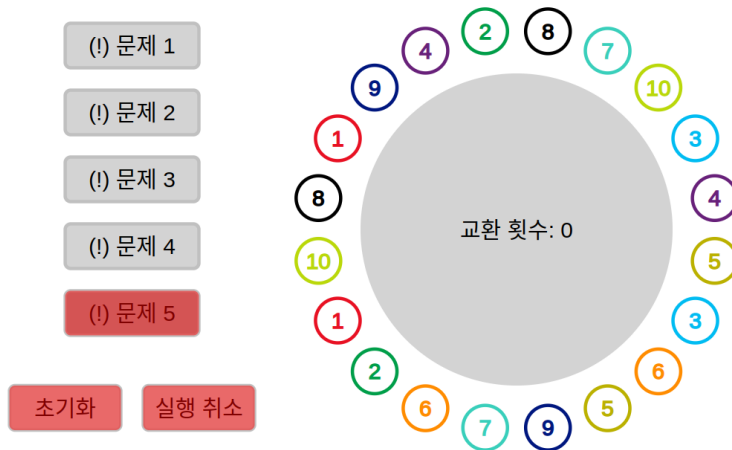
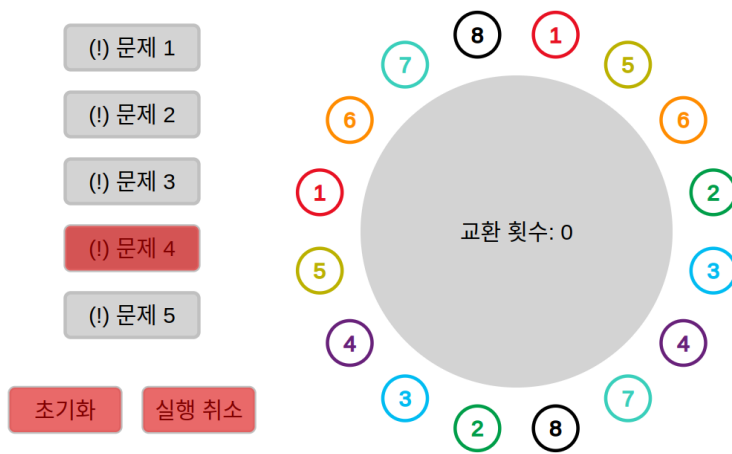
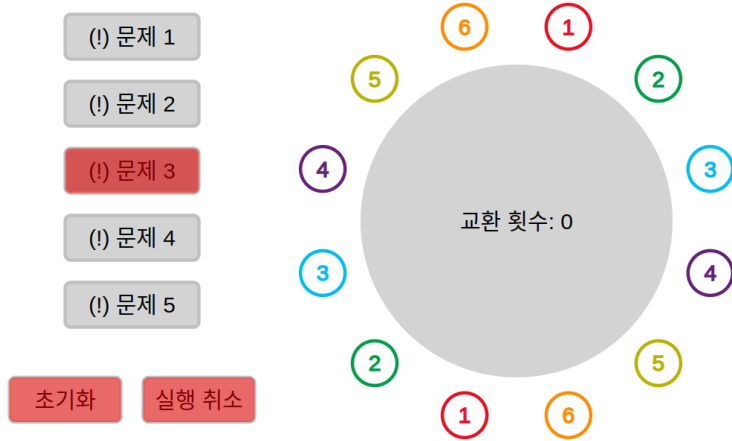
채점 방식

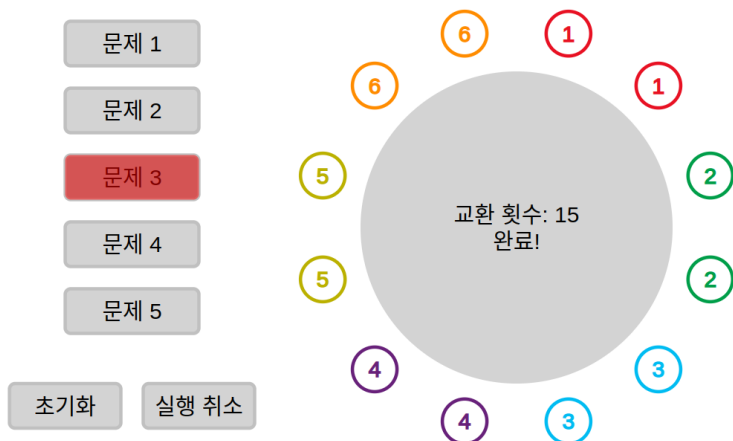
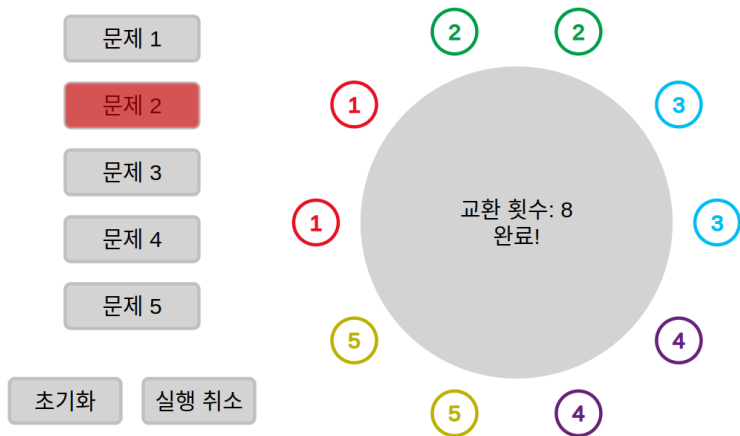
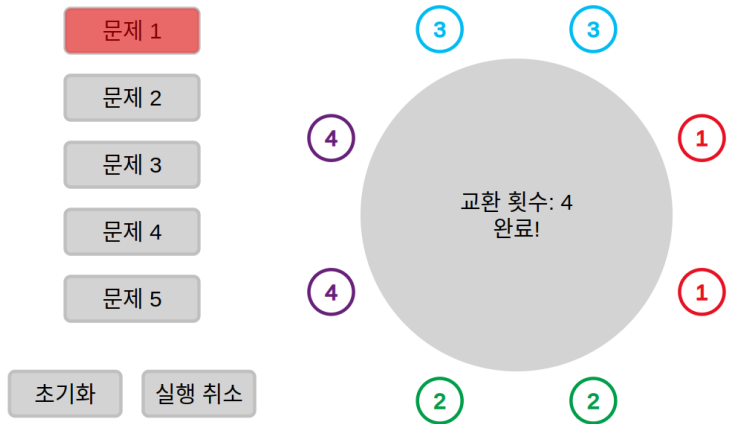
총 다섯 개의 문제가 주어진다. 각 문제를 해결하면 20%의 점수를 받을 수 있다.

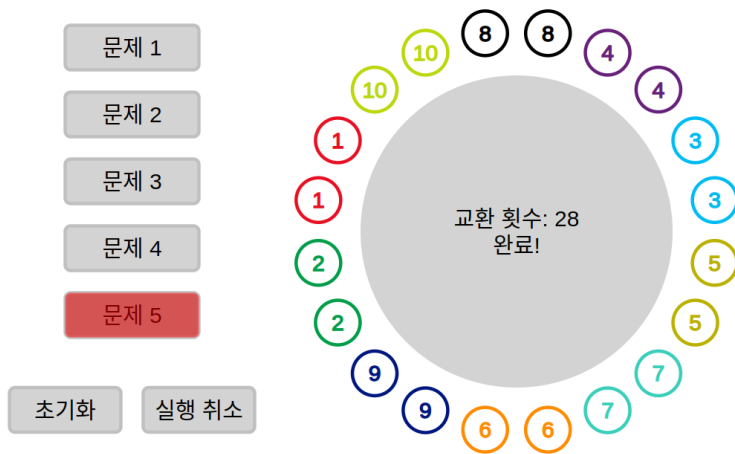
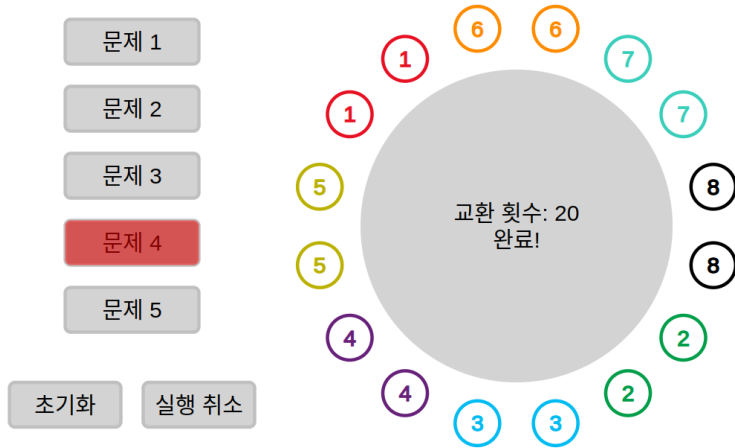
주의사항

점수를 얻기 위해서는 반드시 제출 버튼을 눌러 제출해야 한다. 제출 버튼을 누르면 현재 상태가 저장된다.









위 예시 외에도 각 부분문제에 대해 교환 횟수가 최소라면 점수를 획득할 수 있다.

20. ABBC (15점)

아직 간선의 방향이 정해지지 않은, 무향 그래프가 주어진다.

다음 조건을 모두 만족하는 세 정점쌍 (a, b, c) 의 개수를 **ABBC**라고 하자.

- 조건 1) 세 정점 a, b, c 는 서로 달라야 한다.
- 조건 2) 정점 a 에서 정점 b 로 가는 간선이 존재한다.
- 조건 3) 정점 b 에서 정점 c 로 가는 간선이 존재한다.

당신의 목표는, **ABBC**의 값을 **최대화**하는 것이다.

이를 위하여 당신은 **모든** 간선의 방향을 결정해야 한다. 간선을 클릭하면 간선의 방향을 설정할 수 있다.

당신은 총 다섯 개의 부분 문제를 해결해야 한다. 부분 문제는 상단의 “문제 x ” 버튼을 눌러서 선택할 수 있다.

채점 방식

다섯 문제를 모두 해결하지 않아도 부분 점수를 받을 수 있다.

각 문제에서 목표를 달성하면, 각각 전체 점수의 20%를 받는다.

목표를 달성했다면 반드시 제출을 해야 득점할 수 있다.

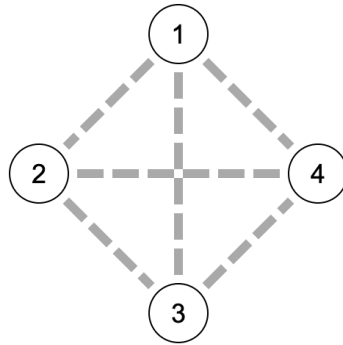
(!) 문제 1

(!) 문제 2

(!) 문제 3

(!) 문제 4

(!) 문제 5



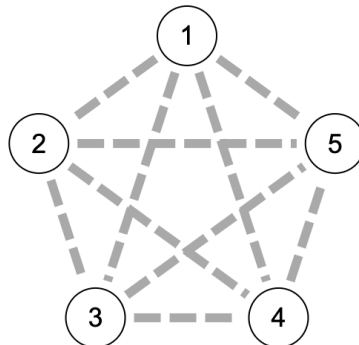
(!) 문제 1

(!) 문제 2

(!) 문제 3

(!) 문제 4

(!) 문제 5



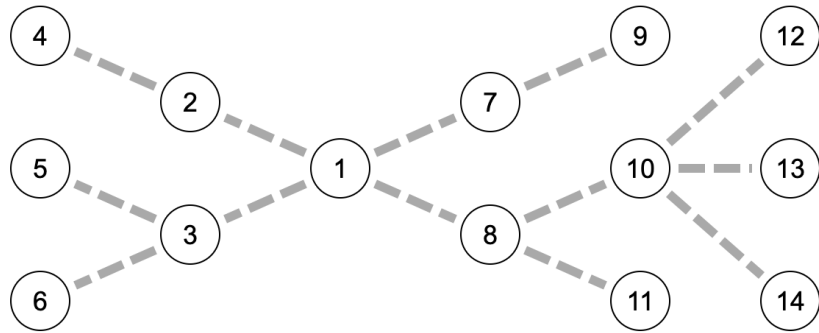
(!) 문제 1

(!) 문제 2

(!) 문제 3

(!) 문제 4

(!) 문제 5



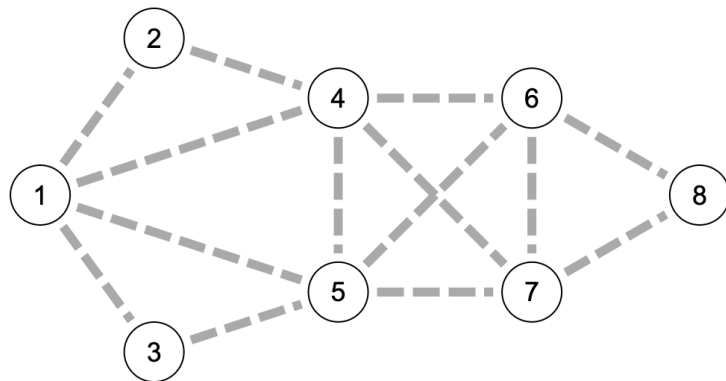
(!) 문제 1

(!) 문제 2

(!) 문제 3

(!) 문제 4

(!) 문제 5



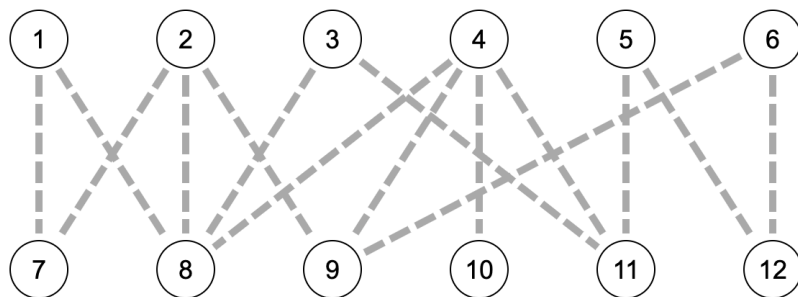
(!) 문제 1

(!) 문제 2

(!) 문제 3

(!) 문제 4

(!) 문제 5



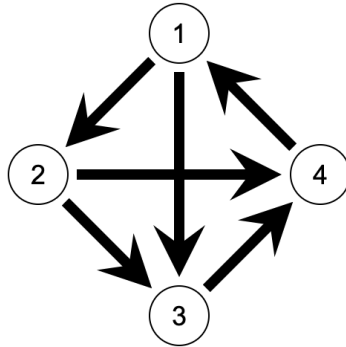
문제 1

문제 2

문제 3

문제 4

문제 5



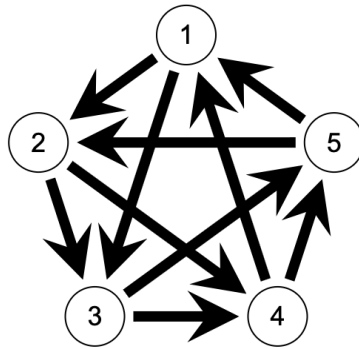
문제 1

문제 2

문제 3

문제 4

문제 5



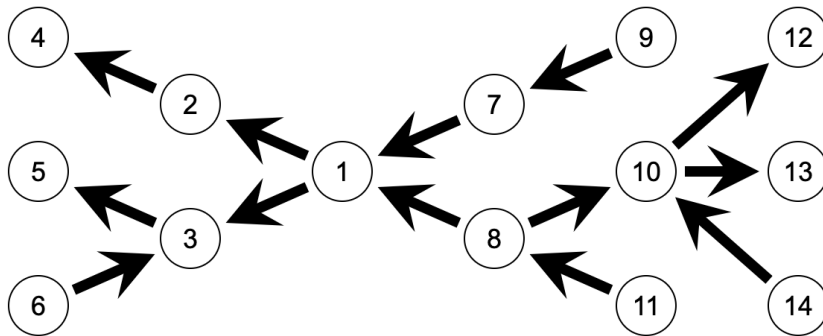
문제 1

문제 2

문제 3

문제 4

문제 5



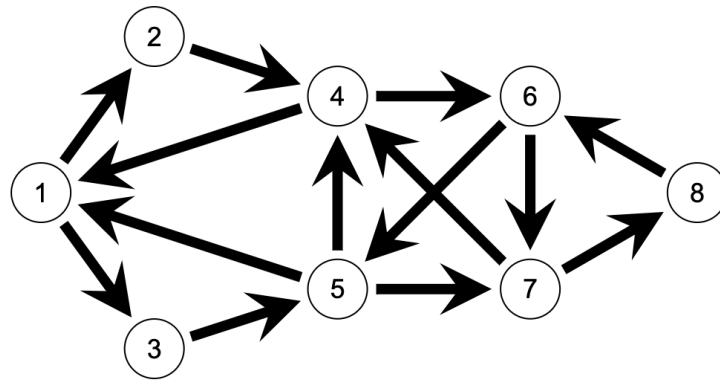
문제 1

문제 2

문제 3

문제 4

문제 5



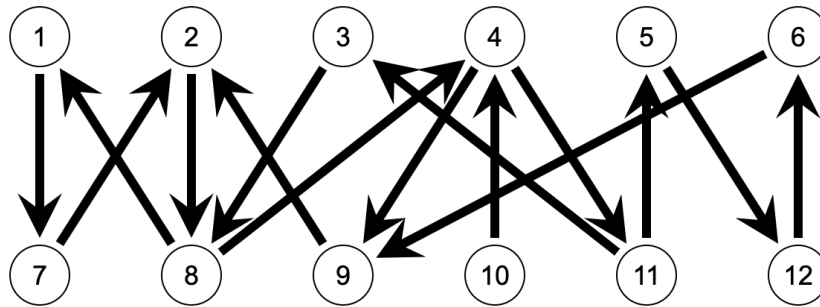
문제 1

문제 2

문제 3

문제 4

문제 5



위 예시 외에도 각 부분문제에 대해 ABBC의 값이 최대라면 점수를 획득할 수 있다.